On considère la réaction autocatalytique suivante :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} \rightarrow 2\mathbf{B}$$

Au début de la réaction, la solution ne contient presque que des molécules de type **A**, très peu de **B**. À mesure que la réaction se produit, les **A** disparaissent jusqu'à ce qu'il ne reste plus que des **B**.

On notera $[A]$ la concentration de la molécule **A**, en $\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1}$, et $[B]$ la concentration de la molécule **B**. On notera enfin $[A]_0$ et $[B]_0$ les concentrations à $t = 0s$, c'est à dire au début de la réaction.

Dans tout le TD, on prendra $[A]_0 = 99 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1}$ et $[B]_0 = 10^{-5}\,\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1}$.

L'évolution de $[A]$ est donnée par la formule suivante :

$$[A] = S \cdot f(t) \quad \text{avec} \quad f(t) = \frac{1}{K\exp(S \cdot k \cdot t) + 1} \quad \text{et} \quad K = \frac{[B]_0}{[A]_0} \approx \frac{[B]_0}{S}$$

1. Pourquoi peut-on dire que $S = [A] + [B] = [A]_0 + [B]_0$?

   ....

   ....

   ....

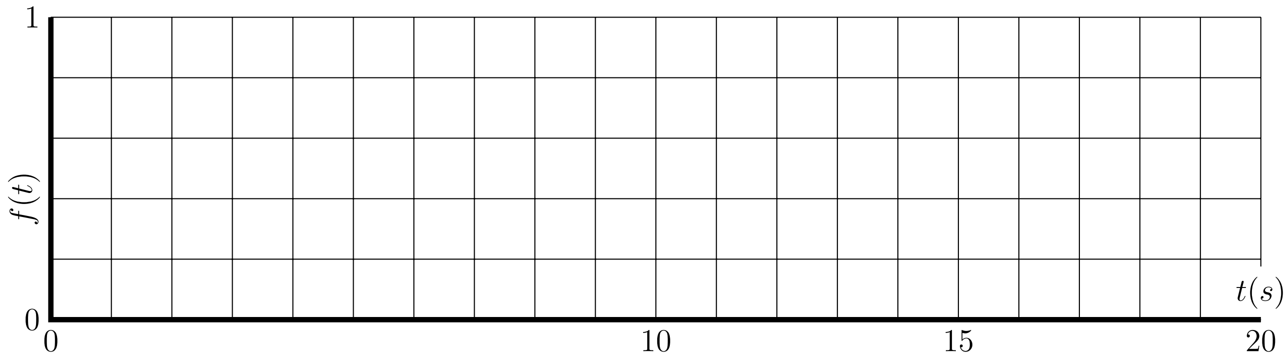
   $f(t)$ représente donc la proportion de A dans le total S.

2. k est une constante dépendant des molécules **A** et **B** et qui définit la vitesse de la réaction. t est donné en secondes. Quelle est l'unité de k ?

   ....

   ....

3. Tracez $\mathcal{C}_f$ pour $S \cdot k = 0,5\,s^{-1}$ et $S \cdot k = 0,7\,s^{-1}$.



4. Déterminez $f'(t)$, en général, pour K, S et k quelconque.
   Voir la copie d'écran xCas en fin de document.

   ....

   ....

5. Sur les courbes, on constate que la décroissance de $f(t)$ est la plus rapide quand $f(t) = 0,5$. Autrement dit, $f'(t)$ atteint un extrême (négatif) quand $f(t) = 0,5$.

   (a) Donnez la solution de $f(t) = 0,5$. Soit t_M cette solution.

   ....

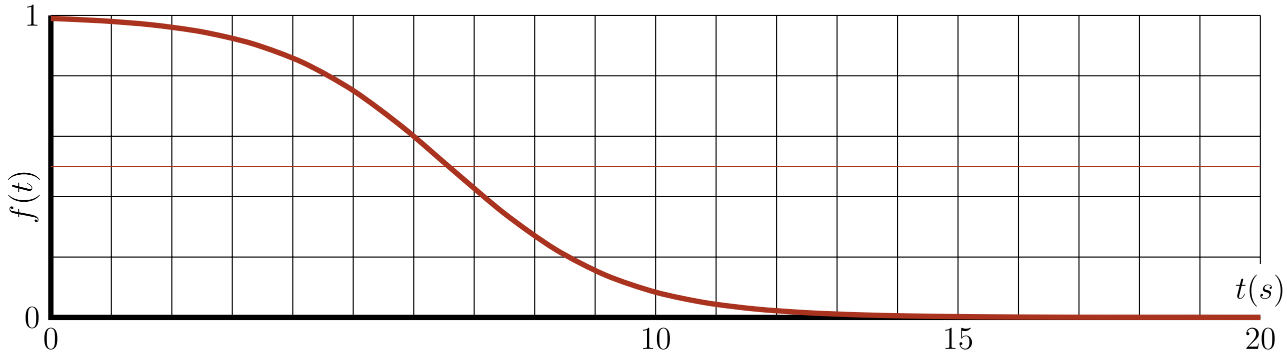
   ....

   (b) Déterminez $f'(t_M)$.

   ....

   ....

6. Le cas suivant a été réalisé avec un mélange A, B pour lesquels on ne connaît pas la valeur de k.



   (a) Tracez la tangente au point de pente maximum.

   (b) Donnez le coefficient directeur de cette tangente.

   ....

   ....

   (c) Déduisez-en la valeur de k.

   ....

   ....

Pour vous aider, une copie d'écran xCas :

`f(t):=1(K*exp(S*k*t)+1)`	$f: \quad t \mapsto \dfrac{1}{K\ \exp(S\cdot k\cdot t)+1}$
`deriver(f(t),t)`	$-\dfrac{K\cdot S\cdot k\exp(S\cdot k\cdot t)}{(K\ \exp(S\cdot k\cdot t)+1)^2}$
`resoudre(f(t)=0.5,t)`	$-\dfrac{K\cdot S\cdot k\exp(S\cdot k\cdot t)}{(K\ \exp(S\cdot k\cdot t)+1)^2}$