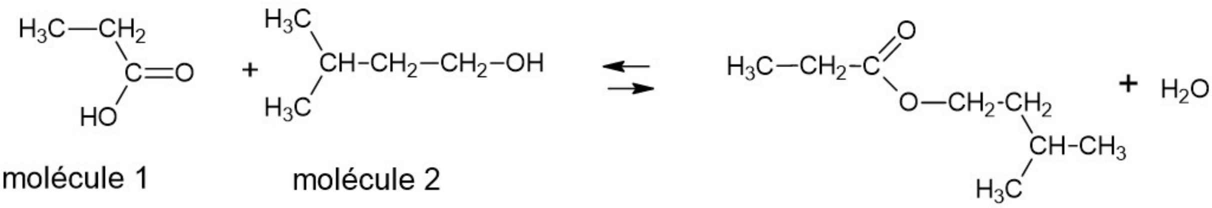
Exercice 1 (5 points)

(physique-chimie et mathématiques)

Le mot « abricot » vient du latin *praecoquum* qui veut dire « précoce » car l'abricotier donne ses fruits tôt dans l'année. On peut synthétiser l'arôme d'abricot en laboratoire pour l'utiliser dans des produits de beauté et des aliments. La molécule correspondant à l'arôme d'abricot est le propanoate d'isoamyle. Pour le synthétiser, on fait réagir du 3-méthylbutan-1-ol et de l'acide propanoïque en présence d'acide sulfurique, utilisé comme catalyseur.



molécule 1 molécule 2

1. Écrire les formules topologiques des molécules 1 et 2.

2. Entourer le groupe caractéristique présent dans la molécule 2 sur la formule topologique précédente et nommer la fonction chimique associée à ce groupe.

3. Préciser le rôle du catalyseur.

La **figure 1** ci-dessous présente l'évolution, en fonction du temps t, de la valeur de la concentration en acide propanoïque lors de la réaction de synthèse du propanoate d'isoamyle.

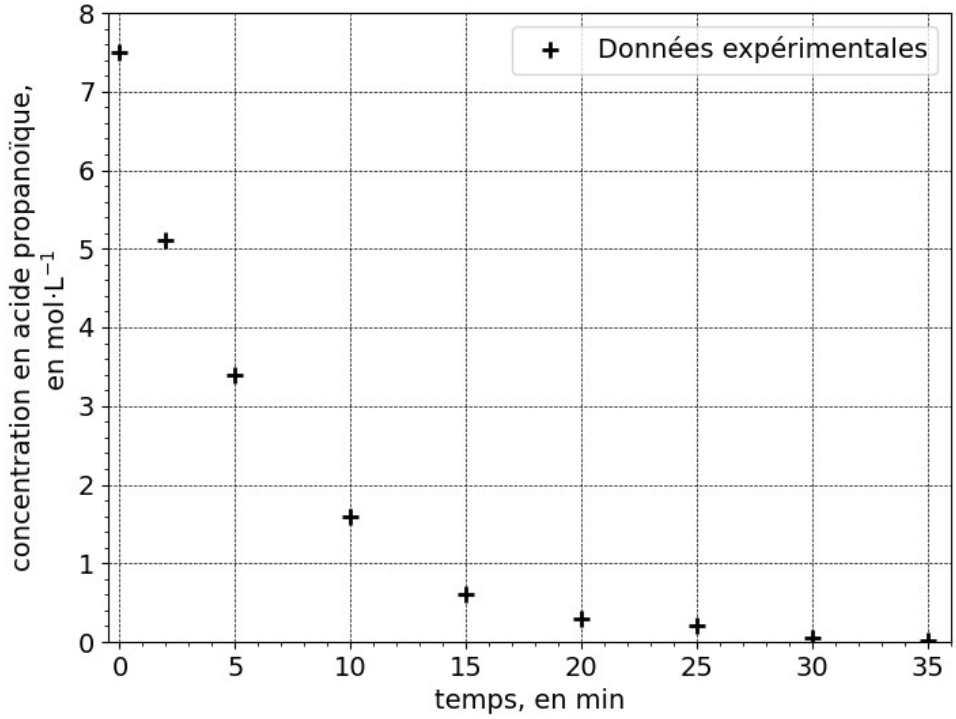


Figure 1 : évolution de la concentration en acide propanoïque en fonction du temps t

4. Déterminer, par lecture graphique, la concentration initiale C_0 en acide propanoïque.

La **figure 2** ci-dessous présente l'évolution du logarithme népérien de la concentration en acide propanoïque en fonction du temps t.
La droite d'équation $y = -0{,}154t + 2{,}01$ est une approximation affine des points obtenus.

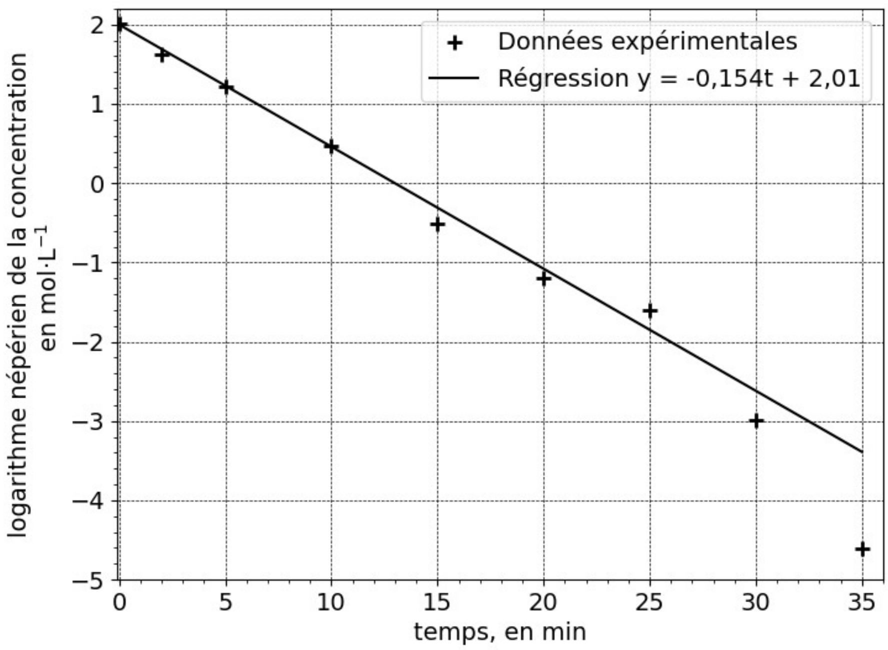


Figure 2 : évolution du logarithme népérien de la concentration au cours du temps t

5. Préciser l'ordre de cette réaction.

6. Par identification, donner la valeur de la constante de vitesse k.

On définit la fonction C modélisant la concentration en acide propanoïque en fonction du temps t. On admet que, pour tout réel t positif, $\ln(C(t)) = -0{,}154t + 2{,}01$.

7. [*Mathématiques*] Vérifier que $C(t) = \mathrm{e}^{2{,}01} \times \mathrm{e}^{-0{,}154t}$.

Pour la suite de l'exercice, on admettra que pour tout réel t positif, $C(t) = 7{,}5 \times \mathrm{e}^{-0{,}154t}$.

8. Donner la définition du temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

9. Déterminer, par le calcul, la valeur de $t_{1/2}$.

10. [*Mathématiques*] Déterminer la limite de $C(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$.

11. Interpréter votre résultat à partir de la **figure 1**.

EXERCICE 3 (4 points)

(Mathématiques)

Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.

Il faut traiter les quatre questions.

Question 1

Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 5x^2 - 2x + 8\ln(x)$.

Calculer l'image de 1 par la fonction f.

Question 2

Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 5x^2 - 2x + 8\ln(x)$.

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

Calculer $f'(x)$.

Question 3

On donne le nombre A suivant :

$$A = \frac{\mathrm{e}^{-12}}{\mathrm{e}^{3}}$$

Écrire A sous la forme e^{k} où k étant un nombre entier relatif.

Question 4

On considère l'équation différentielle $(E) : y' = 3y - 12$, où y est une fonction de la variable x, dérivable sur $\mathbb{R}$.

Montrer que la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 4\mathrm{e}^{3x} + 4$ est solution de l'équation différentielle (E).