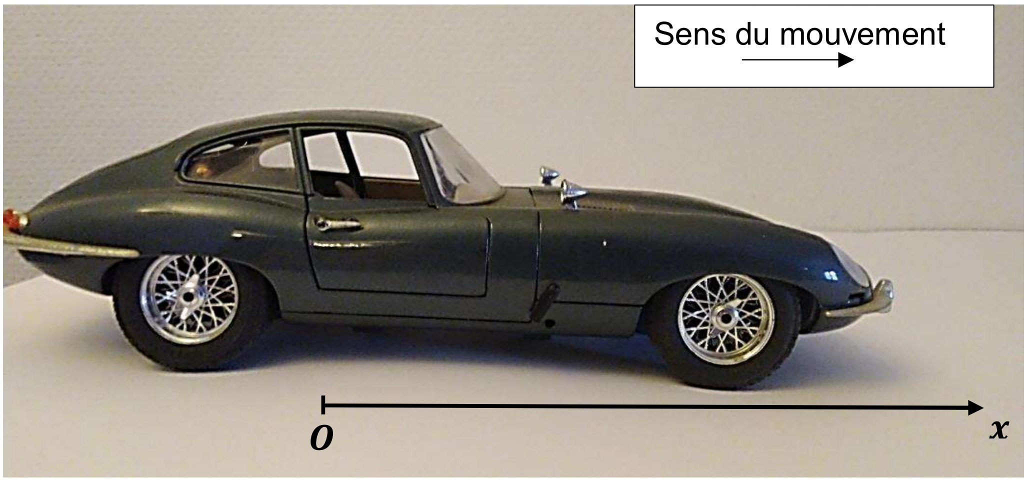
EXERCICE 1 (5 points)

(physique-chimie et mathématiques)

Lors d'une séance expérimentale, un binôme d'élèves réalise la vidéo du mouvement d'une voiture miniature de masse $m = 0{,}040\ \text{kg}$, en roue libre. L'objectif de l'expérience est de déterminer l'intensité F de l'ensemble des forces de frottement qui s'exercent sur la voiture et la distance d parcourue avant l'arrêt. Les forces de frottement sont supposées constantes. L'étude est menée dans le référentiel du sol supposé galiléen. Le mouvement de la voiture est rectiligne et s'effectue selon un axe horizontal (Ox) fixe.



L'analyse de la vidéo obtenue par le binôme d'élèves, au moyen d'un logiciel de pointage, permet d'obtenir le graphe de l'évolution de la position x du centre de masse G de la voiture au cours du temps.

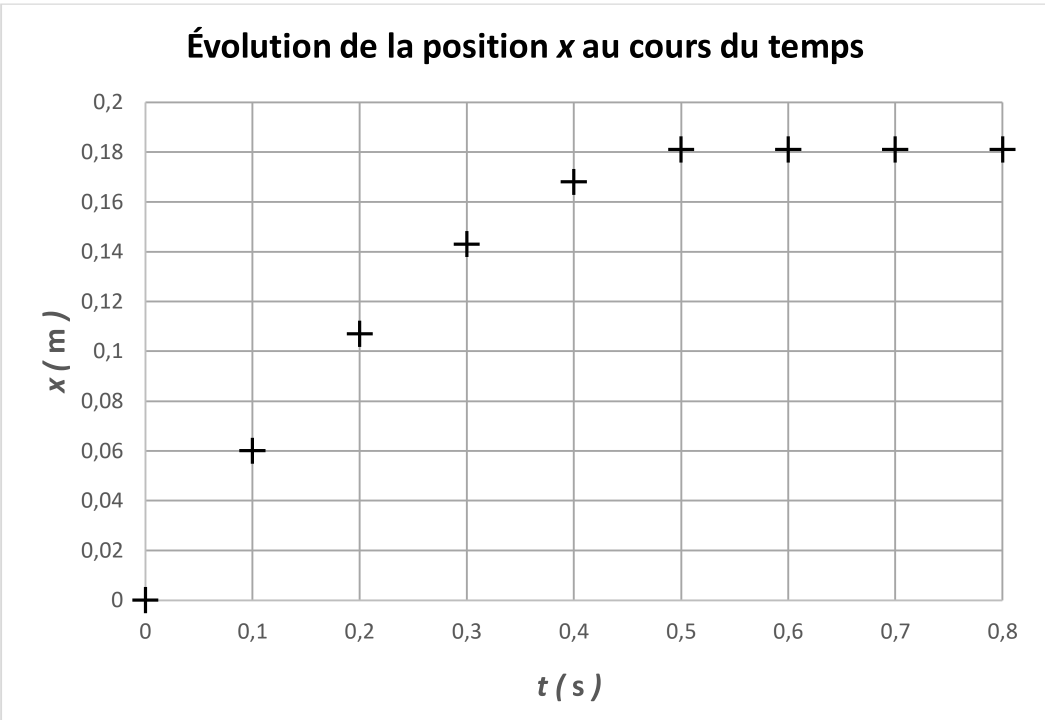


Figure 1

1. En prenant appui sur la **figure 1** et en justifiant, décrire l'évolution (croissante, décroissante…) de la vitesse de la voiture au cours du temps.

2. En utilisant la **figure 1**, calculer la vitesse moyenne de la voiture entre les instants $t_0 = 0$ et $t = 0{,}1\ \mathrm{s}$.

Le nuage expérimental de points peut être modélisé par une fonction polynomiale sur l'intervalle de temps $[0\,;0{,}50]$, le temps étant exprimé en secondes. On rappelle que la position x est exprimée en mètres.
Cette fonction, notée x, a pour expression :

$$x(t) = -0{,}58 \times t^2 + 0{,}65 \times t$$

La fonction x est dérivable sur l'ensemble des réels. On note x' sa dérivée.

3. Déterminer $x'(t)$ pour tout réel t.

4. Calculer $x'(0)$.

5. Nommer la grandeur physique à laquelle fait référence $x'(0)$.

6. Déduire de la question 3 la valeur de l'accélération définie sur l'intervalle de temps $[0\,;\,0{,}50]$, le temps étant exprimé en secondes. Interpréter le signe dans la situation étudiée.

7. Réaliser le bilan des forces modélisant les actions mécaniques s'exerçant sur la voiture au cours de son mouvement. Les représenter sans souci d'échelle sur un schéma où la voiture est réduite à son centre de masse G.

8. En utilisant la seconde loi de Newton, montrer que l'intensité F de l'ensemble des forces de frottement s'exerçant sur le système voiture s'écrit :

$$F = -m \times a$$

9. Montrer que la valeur numérique de l'intensité F de l'ensemble des forces de frottements est égale à $4{,}6 \times 10^{-2}\ \mathrm{N}$.

On rappelle que la voiture parcourt une distance d avant de s'arrêter et que le travail de la force constante $\vec{F}$ entre le point de départ O et le point d'arrêt A s'écrit $W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{OA}$.

10. Montrer que $W(\vec{F}) = -F \times d$.

La variation de l'énergie cinétique du système voiture entre les instants $t_0 = 0$ et $t_f = 0{,}5\ \mathrm{s}$ (instant à partir duquel on considère la vitesse nulle) est égale au travail de l'ensemble des forces de frottements.

11. En déduire la valeur de la distance d parcourue par la voiture entre les instants t_0 et t_f. Confronter le résultat obtenu à celui que l'on peut déterminer sur la **figure 1**.

EXERCICE 3 (4 points)

(mathématiques)

Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.
Il faut traiter les quatre questions.

Question 1 :

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = (3x + 5)e^x$.

Vérifier que $f(0)$ est un nombre entier que l'on précisera.

Question 2 :

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = (x - 5)e^{3x}$.

On note f' sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$, $f'(x) = (3x - 14)e^{3x}$.

Question 3 :

On donne :

$$A = \ln\left(\frac{25}{8}\right)$$

En détaillant les calculs, écrire A sous la forme $a\ln(2) + b\ln(5)$, a et b étant deux nombres entiers relatifs.

Question 4 :

On considère l'équation différentielle

$$(E): y' = 3y - 12,$$

Où y est une fonction de variable x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Déterminer la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, solution de (E), qui vérifie $f(0) = 8$.