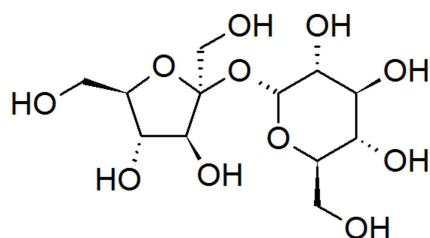


EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)

(physique-chimie et mathématiques)

Hydrolyse du saccharose

Le saccharose, de formule brute $C_{12}H_{22}O_{11}$, est l'unique composant du sucre de table, quelle que soit sa forme (cristallisé, semoule, en grains, en morceaux, ...). Issu principalement de la culture de la betterave sucrière et de la canne à sucre, on le retrouve dans de nombreux produits sucrés.



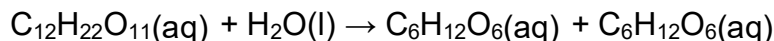
Représentation de Cram de la molécule de saccharose



Source : Pixabay

Lors de son ingestion, le saccharose est hydrolysé par les sucs gastriques et libère, en quantités équimolaires, du fructose et du glucose, deux isomères de formule brute $C_6H_{12}O_6$.

L'hydrolyse du saccharose en solution aqueuse peut être modélisée par la réaction d'équation suivante :



En présence d'un acide, l'hydrolyse se produit partiellement, voire totalement, au cours du temps. Cette transformation chimique du saccharose est extrêmement lente.

Les boissons de type soda ont pour conservateurs les plus courants l'acide citrique et l'acide phosphorique. Plus la boisson est acide, plus l'hydrolyse du saccharose qu'elle contient est rapide.

On considère une canette de soda de 330 mL contenant 35 g de saccharose dont on étudie la transformation par hydrolyse au cours du temps.

Donnée : masse molaire du saccharose $M = 342 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

1. Calculer la quantité de matière de saccharose contenue dans le volume de soda de la canette et en déduire que sa concentration initiale en quantité de matière de saccharose, notée $[A]_0$, est environ égale à $0,3 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Au cours de l'étude expérimentale de la transformation au cours du temps du saccharose, deux représentations de l'évolution de sa concentration, notée $[A]$, en fonction du temps ont pu être tracées. Elles sont données dans le **document réponse DR1 page 11 à rendre avec la copie**.

2. Compléter chacune des deux représentations sur le **document réponse DR1 page 11, à rendre avec la copie**, en utilisant la valeur de la concentration initiale en saccharose $[A]_0$ obtenue à la question précédente.

L'évolution de la concentration d'une espèce E en fonction du temps peut notamment être donnée par l'une des relations suivantes selon la loi de vitesse de la transformation chimique étudiée :

$$\text{Réaction d'ordre 0 :} \quad [E] = [E]_0 - kt \quad \text{(relation 1)}$$

$$\text{Réaction d'ordre 1 :} \quad \ln[E] = \ln[E]_0 - kt \quad \text{(relation 2)}$$

où k est la constante de vitesse de la transformation chimique étudiée et $[E]_0$ la concentration initiale de l'espèce E.

3. Expliquer pourquoi les résultats expérimentaux tranchent en faveur d'une loi de vitesse d'ordre 1, plutôt que d'ordre 0, pour l'hydrolyse du saccharose.
4. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de vitesse k de cette réaction. Indiquer, sur la courbe choisie, les points utilisés pour le calcul en complétant le **document réponse DR1 page 11, à rendre avec la copie.**

Par la suite, on note f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ modélisant, en fonction du temps t , exprimé en secondes, la concentration de saccharose $f(t)$, exprimée en mol.L^{-1} .

Pour une évolution de la concentration donnée par une relation d'ordre 1, les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle (E) :

$$y' = -6.10^{-7}y$$

5. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle (E) telle que $f(0) = 0,3$.

Par la suite, la fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 0,3 e^{-6.10^{-7}t}$.

6. Calculer la concentration en quantité de matière de saccharose dans la canette de soda au bout de 60 jours. Commenter le résultat.

EXERCICE 3 commun à tous les candidats (4 points)

(mathématiques)

Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six que comporte l'exercice.

Les questions sont indépendantes.

Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point.

Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

Question 1

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = (-4x + 8)e^{-x}$.

Montrer que $f(0)$ est un nombre entier que l'on précisera.

Question 2

Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x + 8)e^{-x}$.

Question 3

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = (-4x + 8)e^{-x}$.

On note f' sa fonction dérivée.

Déterminer $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$.

Question 4

On donne :

$$A = \frac{e^8 \times e^{-3}}{(e^{0,5})^4}$$

Écrire A sous la forme e^n , n étant un nombre entier relatif.

Question 5

Sachant que $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, exprimer $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ en fonction de $\sqrt{5}$.

Question 6

Dans un repère orthonormé, on donne les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.