Pour tous les exercices, on travaille dans $\left(O\,;\vec{i},\vec{j}\right)$ orthonormé.

Exercice 1 $A(-1\,;2)$, $B(2\,;4)$, $C(6\,;-2)$ et $D(5\,;6)$.

a) Calculez AB, AC et BC. Justifiez que ABC est rectangle.
b) Calculez CD. Justifiez que ACD est isocèle.

Exercice 2 $A(-1\,;2)$ et $E(4\,;7)$.
Le point E appartient-il au cercle de centre A et de rayon 7 ?

Exercice 3 On considère les droites $\mathcal{D}:\ y = 2x+3$ et $\mathcal{D}':\ y = -0,5x+1$

a) Donner les coordonnées de $A = \mathcal{D} \cap \mathcal{D}'$.
b) Donner les coordonnées d'un point $B \in \mathcal{D}$, $B \neq A$.
c) Donner les coordonnées d'un point $C \in \mathcal{D}'$, $C \neq A$.
d) Montrer que BAC rectangle en A.
e) En déduire que $\mathcal{D} \perp \mathcal{D}'$

Les items suivants sortent du programme mais sont des développements intéressants.

Exercice 4 Calculer la norme de $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ $\quad\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\9\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}\begin{pmatrix}-5\\-12\end{pmatrix}$

Exercice 5 Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$.

a) Donner $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$
b) Donner les coordonnées de $\vec{w} = \vec{u}+\vec{v}$
c) Donner $\|\vec{w}\|$
d) On veut que $\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 = \|\vec{w}\|^2$. Simplifier cette équation.

Exercice 6 Parmi ces vecteurs, lesquels sont orthogonaux ?
$\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ $\quad\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ $\quad\vec{u}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ $\quad\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\9\end{pmatrix}$ $\quad\vec{w}\begin{pmatrix}-5\\-12\end{pmatrix}$ $\quad\vec{\ell}\begin{pmatrix}-15\\10\end{pmatrix}$ $\quad\vec{m}\begin{pmatrix}18\\4\end{pmatrix}$

Exercice 7 Soient $\mathcal{D} : ax+by+c=0$ et $\mathcal{D}' : a'x+b'y+c'=0$.

a) Donner $\vec{u}$, vecteur directeur de $\mathcal{D}$.
b) Donner $\vec{v}$, vecteur directeur de $\mathcal{D}'$.
c) Donner la condition pour que $\vec{u}$ soit orthogonale à $\vec{v}$.
d) En déduire la condition pour que $\mathcal{D}$ soit orthogonale à $\mathcal{D}'$.

Exercice 8 Lesquelles de ces droites sont orthogonales ?

a) $\mathcal{D}_a : 2x+5y-2=0$
b) $\mathcal{D}_b : x-y=0$
c) $\mathcal{D}_c : y = 2,5x-1$
d) $\mathcal{D}_d : 8y+8x+8=0$

Exercice 9 Soient $\mathcal{D} : y = mx+p$ et $\mathcal{D}' : y = m'x+p'$.

a) Écrire $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sous leur forme cartésienne.
b) Écrire la condition d'orthogonalité.

Exercice 10 Lesquelles de ces droites sont orthogonales ?

a) $\mathcal{D}_a : y = 3x+4$
b) $\mathcal{D}_b : y = 2$
c) $\mathcal{D}_c : y = -\frac{1}{3}x$
d) $\mathcal{D}_d : x = 1$

Exercice 11 Soit $\mathcal{D}:\ y = -\dfrac{1}{4}x+1$ et $A(2\,;4)$.
Déterminer les coordonnées de $H \in \mathcal{D}$ tel que $(AH) \perp \mathcal{D}$.

Exercice 12 Soient $A(0\,;0)$; $B(3\,;6)$ et $C(9\,;0)$.
Faire une figure peut aider.

1) Hauteur h_A
   a) Donner le coefficient directeur m_{BC}.
   b) En déduire le coefficient directeur de h_A.
   c) Donner l'équation de h_A.
2) Hauteur h_B.
   a) Donner l'équation de (AC)
   b) En déduire l'équation de h_B.
3) Donner les coordonnées de l'orthocentre $H = h_A \cap h_B$.
4) Médiatrice $\Delta_{[CB]}$.
   a) Donner les coordonnées de A' milieu de $[CB]$.
   b) Déduire l'équation de $\Delta_{[CB]}$.
5) Médiatrice $\Delta_{[AC]}$.
   a) Donner les coordonnées de B' milieu de $[AC]$.
   b) Déduire l'équation de $\Delta_{[AC]}$.
6) Donner les coordonnées du centre du cercle circonscrit $\Omega = \Delta_{[CB]} \cap \Delta_{[AC]}$.
7) Calculer le rayon R du cercle circonscrit.
8) On sait que le centre de gravité G a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,;\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$.
   Calculer ces coordonnées.
9) Montrer que H, Ω et G sont alignés.

Remarque : Ces trois points sont toujours alignés. La droite sur laquelle ils se trouvent s'appelle la droite d'Euler.