

Qu'est-ce qu'un algorithme ?

Définition : Suite finie et non ambiguë d'opérations ou d'instructions permettant de résoudre une classe de problème.

Le mot **algorithme**, comme le mot **algèbre**, vient du nom d'un mathématicien perse du IX^e siècle, **Al Kwarizmi** (comme c'est une transcription, vous trouverez des écritures différentes de son nom.)

L'une de ses œuvres principales est *Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison* publié entre 813 et 833.

Ce livre est le point de départ de l'algèbre, Al Kwarizmi y raisonne sur des équations en donnant des méthodes de résolution, c'est à dire des algorithmes.



Exemple historique – Dans l'ouvrage d'Al Kwarizmi

« Les carrés plus les racines égaux à un nombre, c'est par exemple lorsque tu dis : un carré plus dix racines sont égaux à trente-neuf dirhams, c'est-à-dire que si on ajoute à un carré quelconque une quantité égale à dix racines, le tout sera trente-neuf. »

en langage moderne : $x^2 + a \cdot x = b$ par exemple $x^2 + 10x = 39$

Et la méthode proposée : « Partage en deux moitiés le nombre des racines ; il vient, dans ce problème, cinq, que tu multiplies par lui-même ; on a vingt-cinq ; tu l'ajoutes à trente-neuf, on aura soixante-quatre ; tu prends la racine qui est huit, de laquelle tu soustrais la moitié du nombre des racines, qui est cinq. Il reste trois, qui est la racine du carré que tu veux, et le carré est neuf. »

La méthode est écrite sur un exemple. On peut la formuler dans un langage moderne :

Entrées : a et b

Sorties : solution de $x^2 + a \cdot x = b$

Cas $x^2 + 10x = 39$

Cas $x^2 + 12x = 133$

1	début	
2	diviser a par 2	
3	mettre au carré	
4	ajouter b	
5	prendre la racine carrée	
6	soustraire $\frac{a}{2}$	
7	renvoyer résultat	
8	fin	

Complétez les valeurs obtenues dans le cas de l'exemple.

Remarques :

- Cette méthode répond à une **classe de problème**. Son principe fonctionne sur toutes les équations de type $x^2 + a \cdot x = b$ et elle est énoncée sans que l'on connaisse a et b .
- Pas besoin d'ordinateur et de langage de programmation, l'algorithme peut-être exécuté par un humain (Al Kwarizmi, bien sûr, n'en avait pas!).
- On peut **démontrer mathématiquement** que la méthode est juste (on ne va pas le faire)

Postconditions

Vérifiez que -13 est également solution de $x^2 + 10x = 39$.

.....

Du temps d'Al Kwarizmi, on n'avait pas de nombres négatifs. Donc, sous entendu, sa méthode renvoie **la solution positive de l'équation**.

En informatique, on parle de **postcondition**, c'est à dire une condition vérifiée par la sortie. La postcondition est ici que la réponse fournie est positive.

Préconditions

Exécutez l'algorithme pour $x^2 + 10x = -26$.

Là encore, le problème vient du 2e nombre qui est négatif, ce qui était **implicite**. En vérité, l'algorithme proposé ne fonctionne que si les deux nombres a et b sont positifs. C'est une condition sur les entrées, on parle de **précondition**.

Version complète

L'algorithme peut se généraliser pour obtenir **toutes** les solutions, si elles existent, avec a et b réels **quelconques**.

En utilisant l'algorithme (donné à droite) complétez ci-dessous :

- a) Dans le cas $x^2 + 10x = 39$,
 $a =$; $b =$
 $\Delta =$; $x_1 =$; $x_2 =$
- b) Dans le cas $x^2 + 10x = -25$,
 $a =$; $b =$
 $\Delta =$; $x_1 =$; $x_2 =$
- c) Dans le cas $x^2 + 10x = -26$,
 $a =$; $b =$
 $\Delta =$; $x_1 =$; $x_2 =$

Entrées : a et b réels
Sorties : solution(s) réelle(s) de
 $x^2 + a \cdot x = b$

```

1 début
2   Calculer  $\Delta = a^2 + 4 \cdot b$ 
3   si  $\Delta > 0$  alors
4        $x_1 = \frac{-a - \sqrt{\Delta}}{2}$ 
5        $x_2 = \frac{-a + \sqrt{\Delta}}{2}$ 
6       renvoyer  $x_1$  et  $x_2$ 
7   sinon si  $\Delta = 0$  alors
8        $x_1 = -\frac{a}{2}$ 
9       renvoyer  $x_1$ 
10  sinon
11      renvoyer rien
12  fin
13 fin
```

Indentations

Vous pouvez voir que l'on utilise des marges à gauche pour rendre l'algorithme plus lisible. Ces marges sont appelées des **indentations**. Elles sont **très importantes** dans le langage Python.

La traduction en Python

Ci-contre, l'algorithme précédent traduit en Python.

Python est un langage inventé par **Guido von Rossum** au milieu des années 1990. C'est l'un des langages les plus utilisés et il est l'un des langages les plus accessibles quand on débute dans la programmation.

- La fonction `sqrt` (square root = racine carrée) n'est pas connue dans le Python de base, il faut l'importer depuis un module.
- En Python, on utilise `**` pour la puissance. a^{**2} signifie donc a^2 .
- Si on veut afficher des résultats à l'écran, on utilise `print`. Mais dans un programme ordinaire, la machine fait des tas de calculs dont elle n'affiche pas le résultat. La plupart des fonctions font des calculs qui servent à d'autres fonctions. De façon générale, une fonction **renvoie** un résultat : `return`. Ce n'est pas un affichage!

```

from math import sqrt
def solution(a,b):
    """
    renvoie les solutions de
    x**2 + ax = b
    """
    delta = a**2 + 4*b
    if delta > 0:
        x1 = (-a-sqrt(delta))/2
        x2 = (-a+sqrt(delta))/2
        return x1, x2
    elif delta == 0:
        x1 = -a/2
        return x1
    else:
        return None

# exemple d'utilisation pour
# x**2 + 10x = 39
solution(10, 39)
```