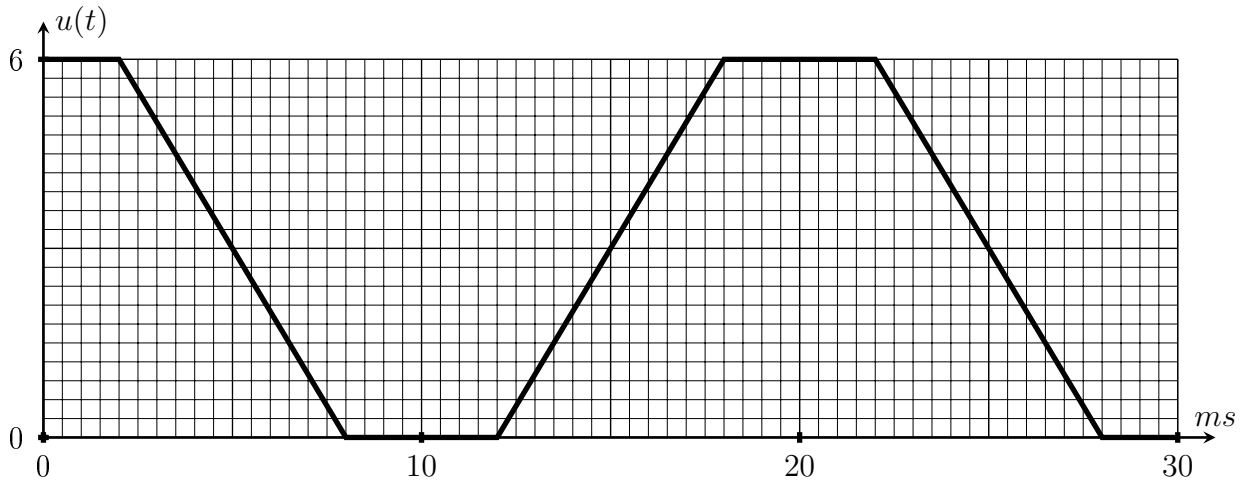


NOM :

Important : Le pictogramme **!** signifie que vous devez faire contrôler un calcul ou une manipulation par le professeur.

Début de l'énoncé

Un onduleur produit la signal $u(t)$ périodique et **paire** ci-dessous :



Le temps t est exprimé en ms .

$$u(t) = \begin{cases} 6, & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ 8 - t, & \text{si } 2 < t \leq 8 \\ 0, & \text{si } 8 < t \leq 10 \end{cases}$$

- (1) a) Déterminer la période T du signal.
- b) En déduire la pulsation ω du signal.
- (2) On suppose que $u(t)$ peut se décomposer en série de Fourier sous la forme

$$u(t) = a_0 + \sum_{n \geq 1} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

- a) Déterminer la valeur de a_0 par la méthode de votre choix.

Au besoin, si sur Xcas, **!**

- b) Déterminer la valeur des coefficients $b_n, n > 0$. Justifier.

- c) En utilisant logiciel de calcul formel Xcas, déterminer l'expression de : **!**

$$\int_2^8 u(t) \cos(n\omega t) dt$$

- d) On admettra que $\int_0^{10} u(t) \cos(n\omega t) dt$ est égal à :

$$\frac{60 \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)}{n\pi} - \frac{100 \cos\left(\frac{4n\pi}{5}\right)}{n^2\pi^2} - \frac{60n\pi \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right) - 100 \cos\left(\frac{n\pi}{5}\right)}{n^2\pi^2}$$

Justifier que $a_n = \frac{20}{n^2\pi^2} \left[\cos\left(\frac{n\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{4n\pi}{5}\right) \right]$

e) Compléter le tableau en arrondissant à 10^{-3} près.

Vous pouvez utiliser Xcas pour faire les calculs. ❗

n	0	1	2	3	4	5	6	7
a_n				-0,139	0			-0,026

f) Montrez que la puissance du signal est $P = 14,4$. ❗

g) Jusqu'à quelle harmonique n faut-il aller pour obtenir 99,9 % de P ?

Toute approche est valorisée.

Au besoin, si sur Xcas, ❗

Rappel de commandes Xcas :

- `assume(n, integer)` permet d'indiquer que n est un entier.

- `f(t) := piecewise(t<1, t, t<2, 1, 3-t)`

Ceci n'est qu'un exemple dont voici la signification :

i. si $t < 1$ alors $f(t) = t$

ii. sinon si $t < 2$ alors $f(t) = 1$

iii. sinon $f(t) = 3 - t$

- `integrer(f(t), t, 0, T)` signifie $\int_0^T f(t) dt$.

- On utilise `:=` pour définir une variable.

- Si j'écris par ex. `a(n) := 2/T*integrer(f(t)*cos(n*omega*t), t, 0, 3)`

Il se peut qu'on ne voit rien. À la ligne d'après, écrivez juste `a(n)` et validez, vous devriez voir l'expression.

- `simplifier(a(n))` permet de tenter une simplification.

- `round(a(n), 3)` donne l'arrondi à 3 chiffres.

- `seq([n, a(n), round(a(n), 3)], n, 1, 10)` renvoie un tableau figurant les valeurs de n , $a(n)$ et l'arrondi pour n allant de 1 à 10.

- `a0^2 + 1/2*somme(a(n)^2+b(n)^2, n, 1, 10)` signifie $a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{10} a_n^2 + b_n^2$