Dans tous les exercices, on approxime à 10^{-3} près.

Exercice 1

Dans cette partie, on considère qu'il y a 6 % de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boites contenant 150 composants. La production de l'entreprise étant très importante, on peut assimiler la constitution d'une boite à une succession de 150 tirages avec remise.

On note X la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

(1) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres.

(2) Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boite. Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boites commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux.

   (a) Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boite.

   (b) Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boite.

   (c) Le commercial a-t-il raison ?

(3) Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boite.

Exercice 2

La société Sun-NRJY fabrique des cellules photovoltaïques qu'elle assemble ensuite pour former des panneaux qui seront installés sur le toit de bâtiments pour produire de l'électricité.

Ces cellules, à base de silicium, sont très fines (environ $250\,\mu$m) et très fragiles. On estime que 1,5 % des cellules fabriquées présenteront un défaut (fissure, casse, ...) et seront donc inutilisables.

À la sortie de la production, on forme des lots de 75 cellules. La production étant très importante on peut assimiler la constitution d'un lot de 75 cellules à 75 tirages indépendants avec remise.

On note X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de 75 cellules le nombre de cellules inutilisables qu'il contient.

(1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

(2) Quelle est la probabilité qu'un lot ne contienne aucune cellule inutilisable ?

(3) Un panneau est constitué de 72 cellules. Quelle est la probabilité d'avoir suffisamment de cellules sans défaut dans un seul lot pour pouvoir fabriquer un panneau ?

Exercice 3

Une entreprise produit en grande série un composant A. Une étude statistique permet d'admettre que la probabilité qu'un composant ait une durée de vie supérieure à 1 000 h est $0,67$.

Les durées de vie des composants sont indépendantes les unes des autres.

Pour un échantillon de 85 composants, on note X la variable aléatoire égale au nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 h. On notera F la variable aléatoire représentant la fréquence relative à X (c'est à dire $F = \frac{X}{85}$).

1. Justifier que X suit une loi binomiale. Précisez-en les paramètres.
2. Calculer la probabilité $p(X = 42)$.
3. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique de F au seuil de confiance de 95 %.
   Rappel : on parle d'intervalle de fluctuation ***asymptotique*** *quand on choisit d'approximer la loi binomiale par une loi normale de même espérance et même écart-type.*
4. Un peu plus tard, dans le cadre d'un suivi de qualité, on prélève un lot de 85 composant et on en trouve seulement 52 dont la durée de vie dépasse 1 000 h. Peut-on conclure que la qualité de la production a baissé ?