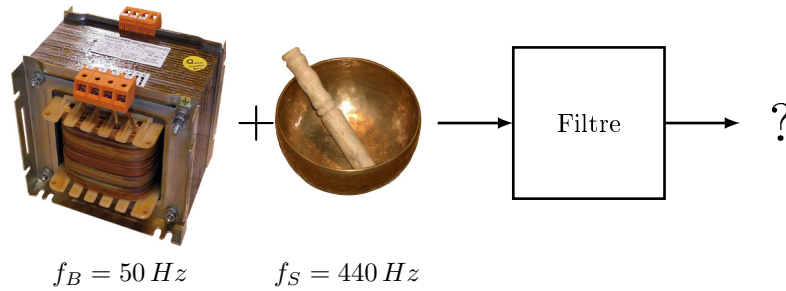


1 Présentation



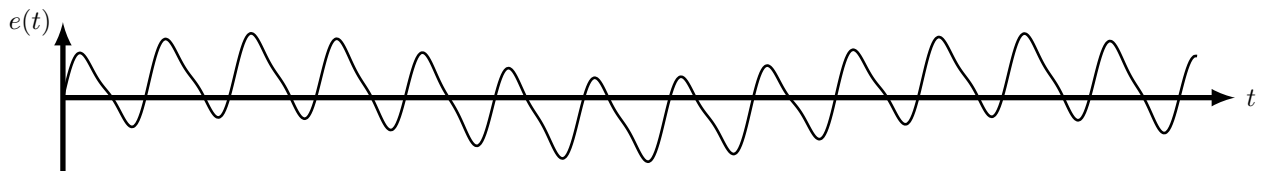
On considère une tension produite sur la câble électrique d’une installation sonore. La tension contient la partie signal correspondant à un bol produisant un son quand on lui donne un coup. Ce son a un fondamental à 440 Hz. La tension dans le câble contient également une partie due au rayonnement électromagnétique d’un transformateur. Ce bruit a la fréquence 50 Hz.

On souhaite étudier le filtrage consistant à supprimer, ou du moins diminuer, le **bruit** sans modifier le **signal**.

Pour ne pas être trop abstrait, on dira que l’entrée du filtre est

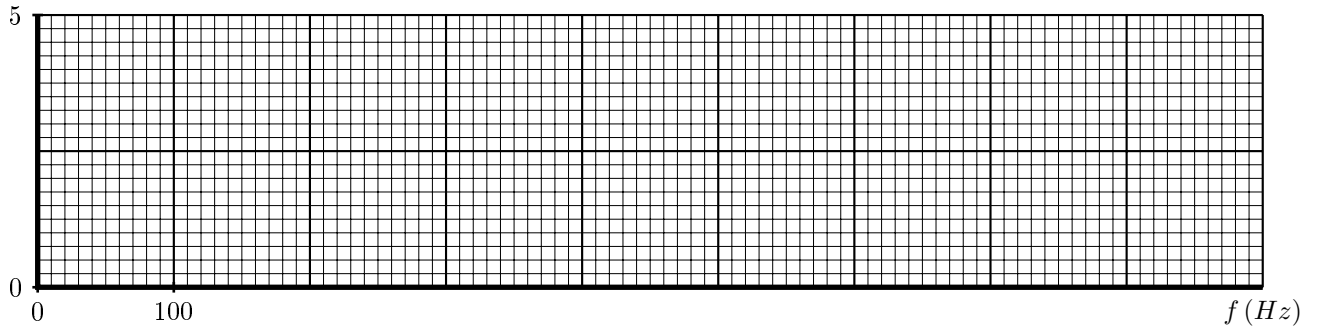
$$e(t) = 3 \sin(2\pi f_B t) + 5 [\sin(2\pi f_S t) + 0,25 \sin(2 \times 2\pi f_S t)]$$

À titre informatif, voici une représentation de la courbe de $e(t)$.



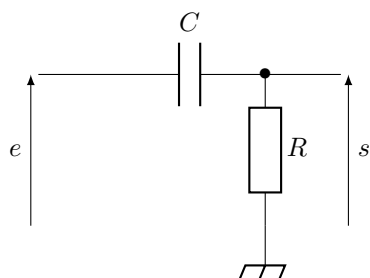
Q1 : Complétez ci-dessous le spectre du signal e .

Spectre de e



Remarque : Le son produit par le bol est sans doute plus riche en harmonique mais on souhaite rester simple. Ce n’est qu’un exemple, le principe reste le même si le spectre du signal contient plus d’harmoniques.

2 Le filtre



Q2 : Justifiez que la fonction de transfert de ce filtre en régime harmonique est :

$$H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

Q3 : Est-ce un passe-bas ou un passe-haut ?

3 Coupure

Le **gain** est : $G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$ et $G_{dB} = 20 \log(G)$.

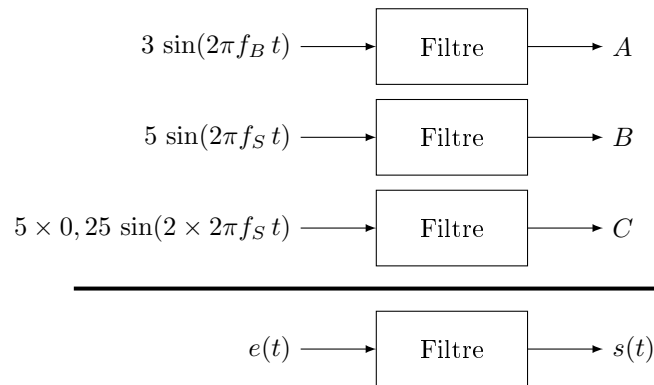
On appelle fréquence de coupure f_C (qui correspond à la pulsation de coupure $\omega_C = 2\pi f_C$) la fréquence pour laquelle le gain est de $-3dB$.

Q4 : Vérifiez que si $G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ alors $G_{dB} = -3dB$.

Q5 : Vérifiez que pour $\omega = \frac{1}{RC}$, $G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Q6 : Choisissez une valeur pour f_C . Déduisez-en la valeur de ω_C . Déduisez-en un choix pour R et C .

4 Effet du filtrage

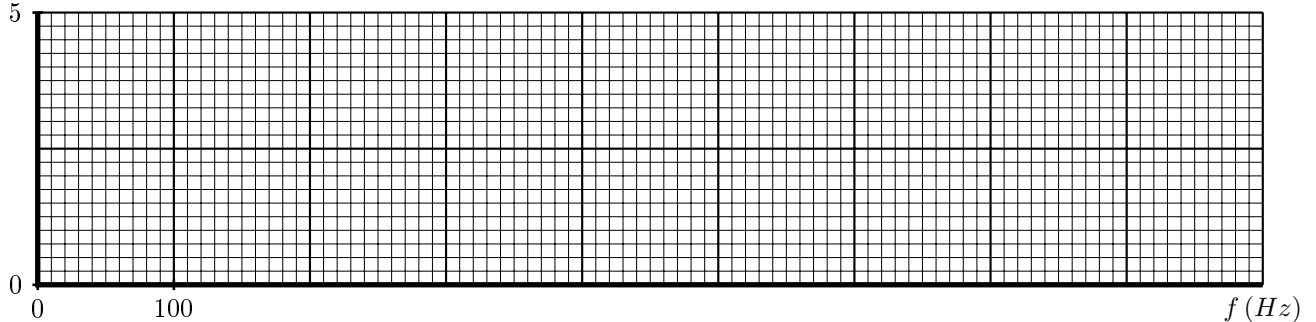


On peut prendre chaque partie du signal séparément, considérer l'effet du filtrage sur cette partie, puis faire le total. *C'est pour cette raison que l'on parle de **filtre linéaire**.*

Q7 : Considérant les choix faits plus haut, calculez $H(j\omega)$ et déduisez-en la sortie du filtre pour les 3 cas A , B et C .

Q8 : Déduisez-en l'expression de s et son spectre.

Spectre de s



Q9 : A-t-on obtenu ce que l'on voulait ? Peut-on faire mieux ?

Remarque : Il pourrait également être intéressant de tracer la courbe de $s(t)$. Si vous voulez le faire sur une machine, prenez $0 \leq t \leq 40 ms$.