Courbes paramétrées

Définition

On se donne deux fonctions x et y définies sur un même intervalle $\mathcal{I}$. On note généralement t l'antécédent de ces fonctions.

On se place dans un repère $\left(O\,;\,\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. Dans ce repère on considère l'ensemble des points $M(t)$ de coordonnées $(x(t)\,;\,y(t))$ avec $t\in\mathcal{I}$.

L'ensemble des points M est une **courbe paramétrée**. La variable t est le **paramètre**.

Les fonctions $t\mapsto x(t)$ et $t\mapsto y(t)$ sont les fonctions coordonnées.

On peut réserver les noms x et y pour désigner les coordonnées d'un point : abscisse et ordonnée. Dans ce cas, on donne un nom différent, par exemple $f(t)$ et $g(t)$ pour les fonctions coordonnées. Ainsi, on peut écrire par exemple : $x=f(t)$ ce qui fait comprendre que l'abscisse d'un point est donné par f.

Mais les noms f et g ne disent rien et en physique, on préfère nommer directement les fonctions x et y ce qui permet de comprendre directement à quoi elles correspondent.

Vecteur tangent

Soit $\vec{v}(t)$ de coordonnées $(x'(t)\,;\,y'(t))$. Il est courant de noter $\vec{v}(t)=M'(t)$.

Le vecteur $\vec{v}(t)$ est le vecteur tangent à la courbe au point $M(t)$. C'est à dire que la droite passant par $M(t)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(t)$ est la tangente à la courbe en $M(t)$.

En physique, si t est le temps et $M(t)$ la trajectoire d'un point en fonction du temps, alors $\vec{v}(t)$ est le vecteur vitesse.

$x'(t)$	$-$	$-$	$+$	$+$
$y'(t)$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\vec{v}(t)$	$\swarrow$	$\nwarrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Exemple

$M(t)=\left(\frac{1}{2}t^2-t+1\,;\,-t+2\right)$,
avec $t\in[-2\,;\,2]$.

t	-2		1		2
$x'(t)$		$-$	0	$+$	
$y'(t)$		$-$		$-$	
x	5	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	1
y	4		$\searrow$		0