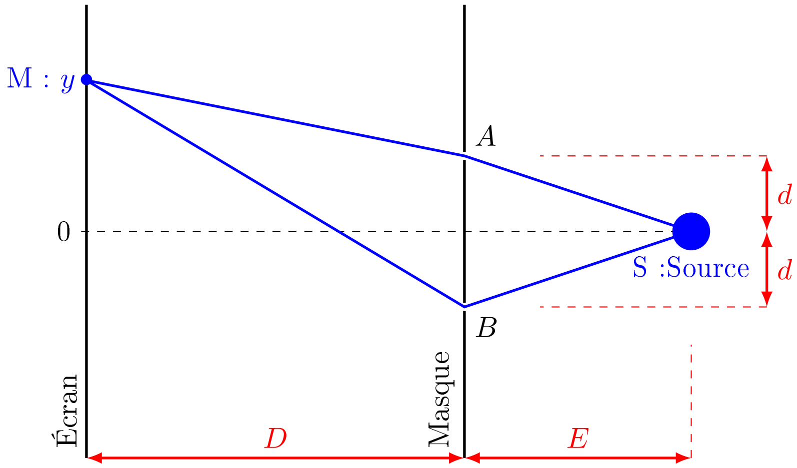
Dans cet exercice on souhaite étudier la figure d'interférence produite par deux fentes.

1 Présentation de l'expérience



On place un masque percé de deux fentes A et B identiques, espacées d'une distance $2d$, entre une source lumineuse (en S) et un écran. La lumière qui arrive en un point $M(y)$ de l'écran résulte de la superposition des ondes ayant suivi les deux chemins SAM et SBM.

La lumière est la manifestation d'un champ électromagnétique. On dira (c'est une simplification) que l'amplitude de ce champ s'exprime en S comme une certaine quantité que l'on notera

$$a(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

$c = \lambda \cdot f$ où λ est la longueur d'onde et $f = {}^{\omega}/_{2\pi}$ est la fréquence.
$c = 3 \cdot 10^8 {}^{m}/_{s}$ et $\lambda = 700\,nm$ pour le rouge.

Quand la lumière (ou le champ) se propage, elle perd en intensité mais comme les distances sont faibles, on choisit de négliger cet aspect.

Le champ reçu en M via un certain trajet est donc le même qu'en S mais en tenant compte d'un retard dû au temps de trajet : son amplitude est $a_{\text{reçu}}(t) = a\,(t - t_{\text{trajet}})$.

La durée des deux trajets SAM et SBM n'est en général pas la même (sauf en $y = 0$). Cela aura donc un effet sur l'intensité lumineuse en M.

2 Intensité lumineuse

a) Montrez que l'amplitude du champ reçu en M, par le chemin SAM, a la forme :

$a_{SAM}(t) = A\cos(\omega t - \varphi_A)$.

Exprimez φ_A en fonction de ω, la distance SAM et c.

Le champ $a_{SBM}(t)$ prend la même forme, avec un φ_B similaire.

b) Exprimez $a_M(t)$, champ total reçu par M

c) Exprimez $a_M(t)^2$.

L'intensité lumineuse s'exprime comme la moyenne $\langle a_M(t)^2 \rangle$.

Nous devons donc exprimer cette moyenne.

3 Moyenne de fonctions trigonométriques

La formule trouvée précédemment est composée de 3 morceaux que nous allons traiter séparément :

- $\cos^2(\omega t - \varphi_A)$ et $\cos^2(\omega t - \varphi_B)$
- $\cos(\omega t - \varphi_A) \cdot \cos(\omega t - \varphi_B)$

a) On pourrait faire de la trigonométrie mais une approche intuitive sera plus parlante.

Sur un grapheur, tracez $f(t) = \cos^2(3t - 5)$

Vous pouvez changer les valeurs 3 et 5 pour constater qu'elles n'ont ici aucune importance.

Vous pouvez donc déduire les moyennes $\langle \cos^2(\omega t - \varphi_A) \rangle$ et $\langle \cos^2(\omega t - \varphi_B) \rangle$.

Vous pouvez retrouver ce résultat par le calcul en utilisant la formule de trigonométrie :

$$\cos^2(X) = \frac{1 + \cos(2X)}{2}$$

b) Pour le 3e cas, il nous faut un peu de trigonométrie. On connaît les formules :

- $\cos(a + b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$
- $\cos(a - b) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \sin(a) \cdot \sin(b)$

i) En utilisant les deux formules, trouvez une expressions pour $\cos(a) \cdot \cos(b)$ en fonction de $\cos(a + b)$ et $\cos(a - b)$.

ii) Déduisez-en l'expression de $\cos(\omega t - \varphi_A) \cdot \cos(\omega t - \varphi_B)$.

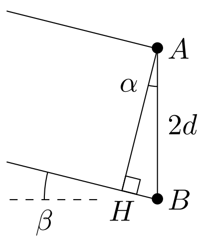
iii) Déduisez-en la moyenne $\langle \cos(\omega t - \varphi_A) \cdot \cos(\omega t - \varphi_B) \rangle$

c) En déduire la formule :

$$\langle a_M(t)^2 \rangle = A^2 \left[1 + \cos\left(2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda} \right) \right]$$

où $\delta = SBM - SAM$.

4 Longueur des chemins



Nous avons obtenu la formule de $\langle a_M(t)^2 \rangle$ qui exprime l'intensité lumineuse reçue en M. Il nous faut maintenant trouver la relation $y \mapsto \delta$ pour savoir comment évolue cette intensité selon la position de M.

On peut considérer $SA = SB$ de sorte que $\delta = BM - AM$.

L'usage est de considérer y/D et d/D comme assez petits de sorte que l'on peut faire l'approximation que M est à l'infini et que (AM) et (BM) sont à peu près parallèles.

a) Sur la figure, les demi droites obliques sont parallèles. Donnez le lien entre α et β.

b) La différence δ correspond à BH. Donnez BH en fonction de d et α.

c) Donnez la formule de β en fonction de D et y.

Remarque : L'angle β étant très petit, on peut utiliser l'approximation, valable en radians :

$$\tan \beta \approx \sin \beta \approx \beta$$

Figure sur Geogebra. Suivez le lien `https://www.geogebra.org/calculator/bnvu6xy6`