I Ajustement

Le saccharose, de formule brute $C_{12}H_{22}O_{11}$, est l'unique composant du sucre de table, quelle que soit sa forme (cristallisé, semoule, en grains, en morceaux, ...). Issu principalement de la culture de la betterave sucrière et de la canne à sucre, on le retrouve dans de nombreux produits sucrés.

L'hydrolyse du saccharose en solution aqueuse peut être modélisée par la réaction d'équation suivante :

$$C_{12}H_{22}O_{11}(aq) + H_2O(l) \to C_6H_{12}O_6(aq) + C_6H_{12}O_6(aq)$$

On considère une canette de soda de 330 ml contenant 35 g de saccharose dont on étudie la transformation par hydrolyse au cours du temps.

On notera $[A]$ la concentration en saccharose, en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Comme cette concentration évolue au cours du temps, on note $y(t) = [A](t)$, le temps étant exprimé en jour.

Donnée : masse molaire du saccharose $M = 342\,\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

1) Calculer $y(0)$.
2) On fait l'hypothèse que la réaction chimique est d'ordre 1, c'est à dire que :

$$(E) : \quad y' = -k \cdot y$$

   a) Donner l'unité de k.
   b) Donner la solution de (E).
3) Pour trouver la valeur de k, on décide de faire un relever et un ajustement.
   On obtient les valeurs suivantes :

t en jour	1	3	5	10	15	25
$[A]$ en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$	0,294	0,265	0,239	0,185	0,143	0,085

   a) En accord avec le modèle, on propose le changement de variable suivant :

$$z = \ln([A])$$

   Faites ce changement de variable et donner les paramètres de l'ajustement affine $z = a \cdot t + b$.
   b) En déduire la valeur de k, arrondi à 10^-4 près (avec l'unité !)
4) Pour la suite, on admettra (pas tout à fait les bonnes valeurs) que $y = 0,3\mathrm{e}^{-0,05t}$.
   a) Calculer $\lim\limits_{t \to +\infty} y(t)$. Donner une justification concrète à ce résultat.
   b) Donner la valeur de $t_{95\,\%}$, c'est à dire le temps nécessaire pour que 95 % du saccharose présent initialement ait disparu.

   Vous êtes libre de la méthode : calcul, graphique, calculatrice...

II Probabilités

Dans un laboratoire, deux machines A et B peuvent tomber en panne. Pour un jour pris au hasard, on considère les événements suivant :
- A : « la machine A fonctionne normalement. »
- B : « la machine B fonctionne normalement. »

Vous pourrez utiliser des notations comme $\overline{A}$ mais vous n'utiliserez pas d'autres nom pour les événement (vous devez utiliser A et B).

On a observé que :
- la machine A fonctionne normalement 80 % du temps,
- la machine B fonctionne normalement 90 % du temps,
- les deux machines sont toutes les deux en panne 5 % du temps.

a) Faites un arbre ou un tableau pour représenter cette situation (ici un tableau est plus simple)
b) Donner la probabilité que A soit en panne sachant que B l'est.
c) Les deux événements sont-ils indépendants ?
d) Donner la probabilité que, sachant qu'au moins une machine est en panne, la deuxième l'est également.