Le moteur triphasé d'une voiture électrique est alimenté par un onduleur pour modifier sa vitesse. La tension simple à la sortie de cet onduleur dépend de ωt où ω est la pulsation (en rad/s) et t le temps (en s). On l'exprime sous la forme $v(\omega t)$, où v est une fonction paire, périodique de période $T = 2\pi$, et définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,\pi]$ par :

$$\left\{\begin{array}{lcrl} v(x) & = & 300 & \text{si} \quad 0 \leqslant x < \frac{\pi}{6} \\ v(x) & = & 150 & \text{si} \quad \frac{\pi}{6} \leqslant x < \frac{\pi}{2} \\ v(x) & = & -150 & \text{si} \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6} \\ v(x) & = & -300 & \text{si} \quad \frac{5\pi}{6} < x < \pi \end{array}\right.$$

1. Compléter sur **l'annexe 2** la représentation graphique de la fonction v sur l'intervalle $\left[-\dfrac{3\pi}{2}\,;\,\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

On admet que la fonction v est développable en série de Fourier et que, pour tout réel x, on a :

$$v(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)\right).$$

2. Justifier que $b_n = 0$ pour tout entier $n \geqslant 1$.

3. On rappelle que : $a_0 = \dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} v(x)\,\mathrm{d}x$.

Montrer que : $a_0 = 0$.

4. On donne, pour tout entier $n \geqslant 1$: $a_n = \dfrac{4}{T}\displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} v(x)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$.

a. On pose : $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} 300\cos(nx)\,\mathrm{d}x$ et $J_n = \displaystyle\int_{\frac{5\pi}{6}}^{\pi} 300\,[-\cos(nx)]\,\mathrm{d}x$

Calculer I_n et J_n en fonction de n.

b. Écrire les intégrales qu'il reste à calculer pour obtenir l'expression de a_n en fonction de n.
On ne demande pas de les calculer.

5. On admet que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $a_n = \dfrac{300}{n\pi}\left[\sin\left(\dfrac{n\pi}{6}\right) + 2\sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)) + \sin\left(\dfrac{5n\pi}{6}\right)\right]$.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous. :

Valeurs de n	0	1	2	3	4	5	6	7
Valeurs approchées de a_n arrondies au dixième.	0	286,5	0	0				

6. On évalue la pollution harmonique de deux façons : de manière qualitative, en observant la présence d'harmoniques sur le spectre des amplitudes, et de manière quantitative en calculant le taux de distorsion harmonique par rapport au fondamental.

a. Compléter sur **l'annexe 2** le spectre des amplitudes A_n associé à la fonction v pour n allant de 0 à 7.

On rappelle que pour tout entier n supérieur ou égal à 1 : $A_n = \sqrt{a_n^2 + {}_n^2}$.

b. On s'intéresse au taux de distorsion harmonique par rapport au fondamental.

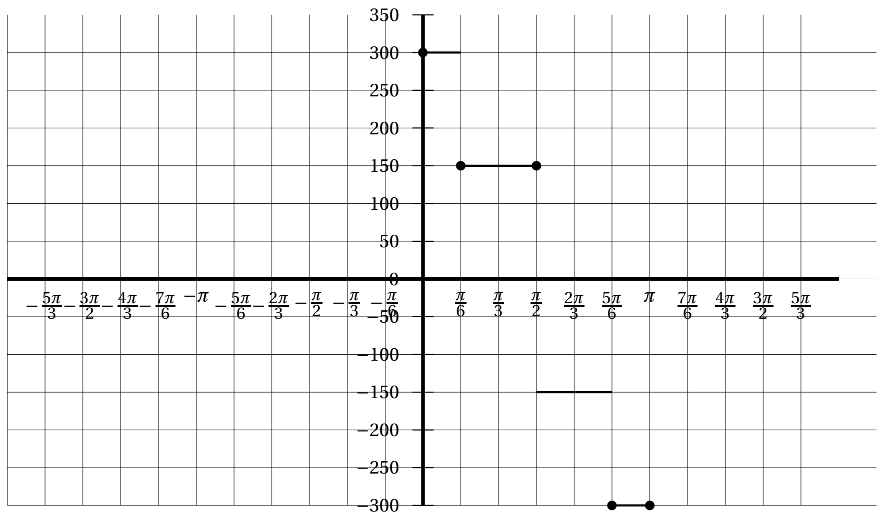
On obtient une valeur approchée significative de ce taux en calculant le nombre T donné par :

$$\mathrm{T} = \frac{\sqrt{a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2}}{a_1}.$$

Sachant que ce taux doit être inférieur à 10 %, la commande de l'onduleur du moteur est-elle adaptée ?

ANNEXE 2 à rendre avec la copie

ANNEXE EXERCICE 2- Partie B- Question 1



EXERCICE 2- Partie B- Question 6. a.