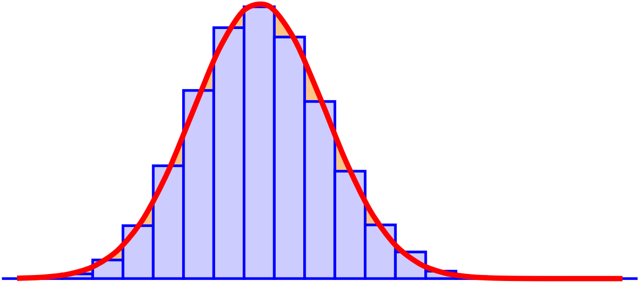
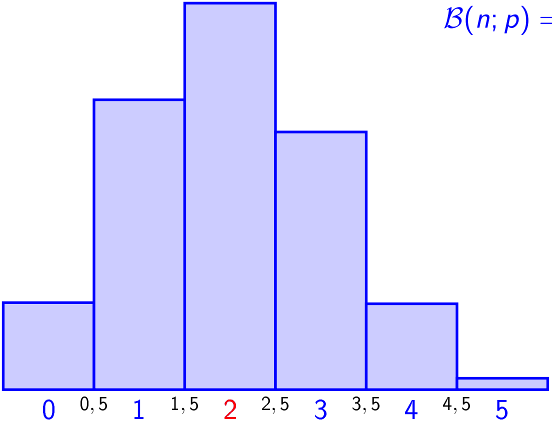
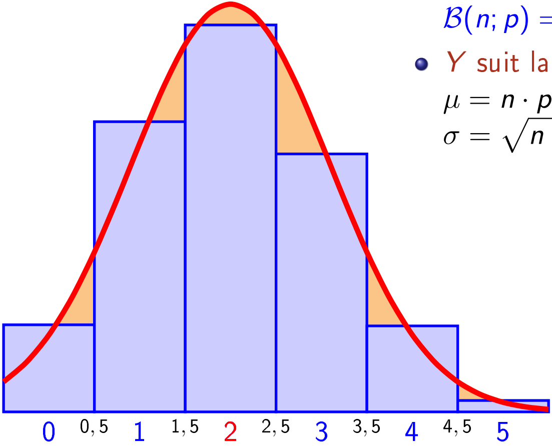


Approximation de la loi Binomiale

I. Approximation $\mathcal{B} \simeq \mathcal{N}$

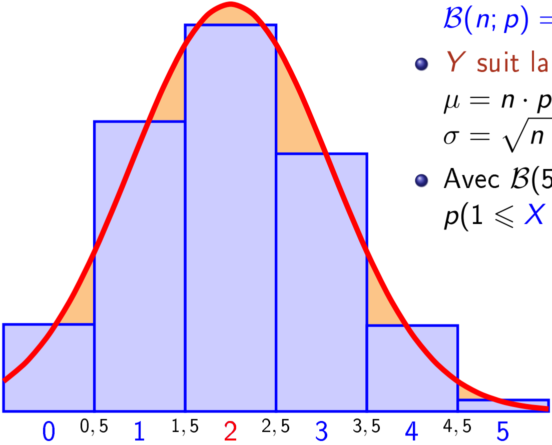


- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p) = \mathcal{B}(5; 40\%)$



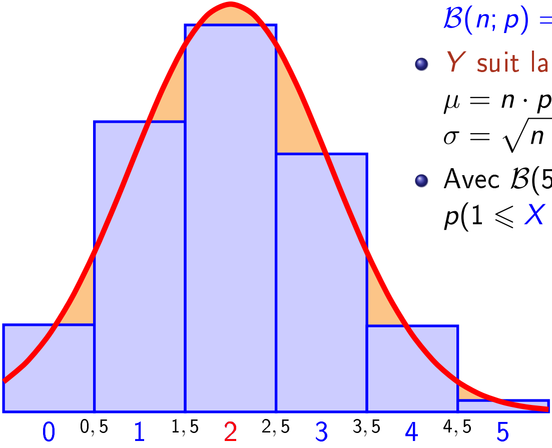
- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p) = \mathcal{B}(5; 40\%)$
- Y suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ avec :
  $\mu = n \cdot p = 2$ et
  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} \simeq 1,1$

Loi binomiale et loi normale



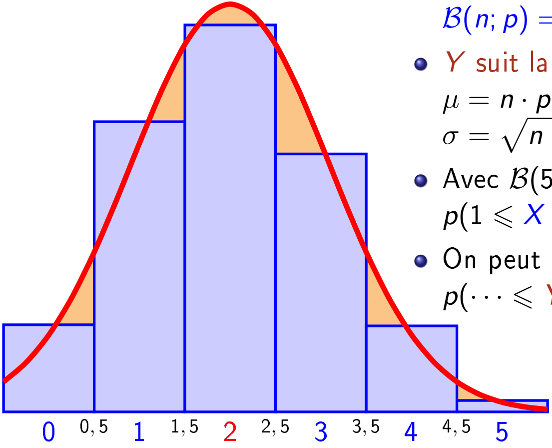
- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p) = \mathcal{B}(5; 40\%)$
- Y suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ avec :
  $\mu = n \cdot p = 2$ et
  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \simeq 1,1$
- Avec $\mathcal{B}(5; 40\%)$, on peut calculer :
  $p(1 \leqslant X \leqslant 3) =$

Loi binomiale et loi normale

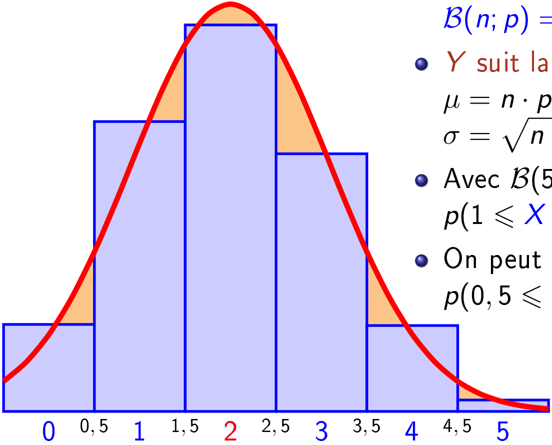


- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p) = \mathcal{B}(5;40\%)$
- Y suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma)$ avec : $\mu = n \cdot p = 2$ et $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \simeq 1,1$
- Avec $\mathcal{B}(5;40\%)$, on peut calculer : $p(1 \leqslant X \leqslant 3) = 0,8352$

Loi binomiale et loi normale

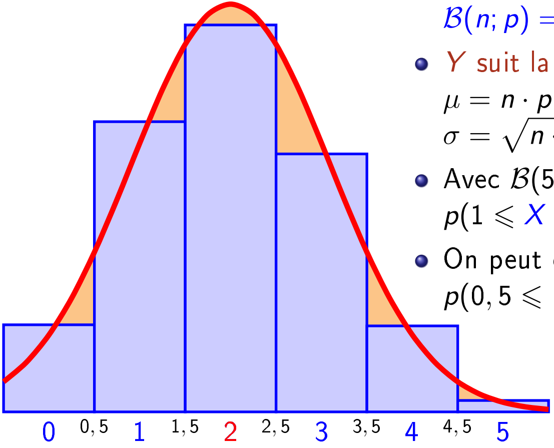


- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p) = \mathcal{B}(5;40\%)$
- Y suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma)$ avec :
  $\mu = n \cdot p = 2$ et
  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \simeq 1,1$
- Avec $\mathcal{B}(5;40\%)$, on peut calculer :
  $p(1 \leqslant X \leqslant 3) = 0,8352$
- On peut calculer, avec $\mathcal{N}(2;1,1)$:
  $p(\cdots \leqslant Y \leqslant \cdots) \simeq$



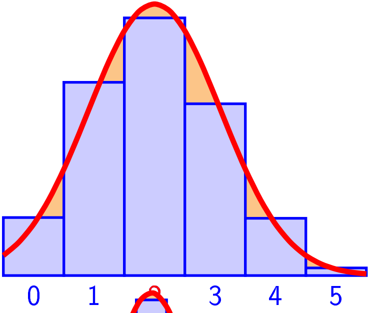
- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p) = \mathcal{B}(5;40\%)$
- Y suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma)$ avec : $\mu = n \cdot p = 2$ et $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \simeq 1,1$
- Avec $\mathcal{B}(5;40\%)$, on peut calculer : $p(1 \leqslant X \leqslant 3) = 0,8352$
- On peut calculer, avec $\mathcal{N}(2;1,1)$: $p(0,5 \leqslant Y \leqslant 3,5) \simeq$

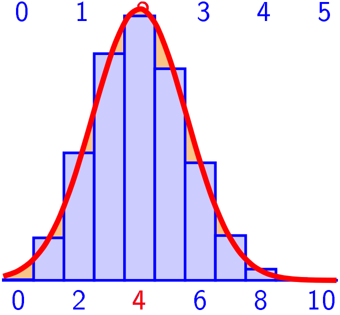
Loi binomiale et loi normale

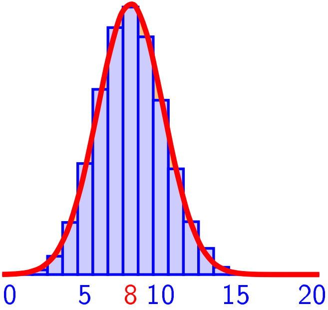


- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p) = \mathcal{B}(5; 40\%)$
- Y suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ avec :
  $\mu = n \cdot p = 2$ et
  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} \simeq 1,1$
- Avec $\mathcal{B}(5; 40\%)$, on peut calculer :
  $p(1 \leqslant X \leqslant 3) = 0,8352$
- On peut calculer, avec $\mathcal{N}(2; 1,1)$:
  $p(0,5 \leqslant Y \leqslant 3,5) \simeq 0,8273$

L'approximation s'améliore quand $n \nearrow$







n successivement : 5, 10 et 20.

Autre exemple avec la calculette

X suit $\mathcal{B}(100; 40\%)$

Autre exemple avec la calculette

X suit $\mathcal{B}(100; 40\%)$

- $E(X) = 100 \times 0,4 = 40$ et $\sigma(X) = \sqrt{100 \times 0,4 \times 0,6} = \sqrt{24}$
  Disons alors que Y suit $\mathcal{N}\left(40; \sqrt{24}\right)$.

Autre exemple avec la calculette

X suit $\mathcal{B}(100; 40\%)$

- $E(X) = 100 \times 0,4 = 40$ et $\sigma(X) = \sqrt{100 \times 0,4 \times 0,6} = \sqrt{24}$
  Disons alors que Y suit $\mathcal{N}\left(40; \sqrt{24}\right)$.
- $p(38 \leqslant X \leqslant 41) \simeq 0,3157$

Autre exemple avec la calculette

X suit $\mathcal{B}(100; 40\%)$

- $E(X) = 100 \times 0,4 = 40$ et $\sigma(X) = \sqrt{100 \times 0,4 \times 0,6} = \sqrt{24}$
  Disons alors que Y suit $\mathcal{N}\left(40; \sqrt{24}\right)$.
- $p(38 \leqslant X \leqslant 41) \simeq 0,3157$
- $p(37,5 \leqslant Y \leqslant 41,5) \simeq 0,3154$

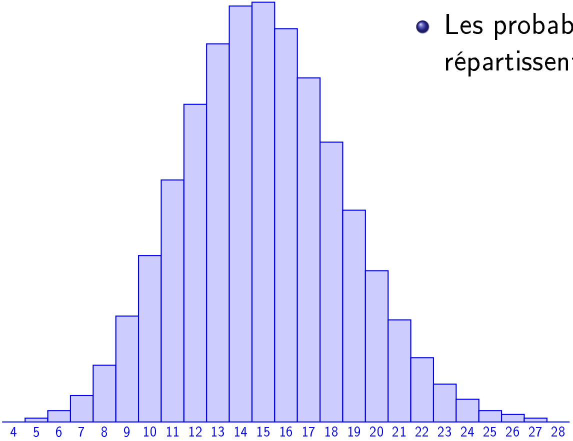
Autre exemple avec la calculette

X suit $\mathcal{B}(100; 40\%)$

- $E(X) = 100 \times 0,4 = 40$ et $\sigma(X) = \sqrt{100 \times 0,4 \times 0,6} = \sqrt{24}$
  Disons alors que Y suit $\mathcal{N}\left(40; \sqrt{24}\right)$.
- $p(38 \leqslant X \leqslant 41) \simeq 0,3157$
- $p(37,5 \leqslant Y \leqslant 41,5) \simeq 0,3154$

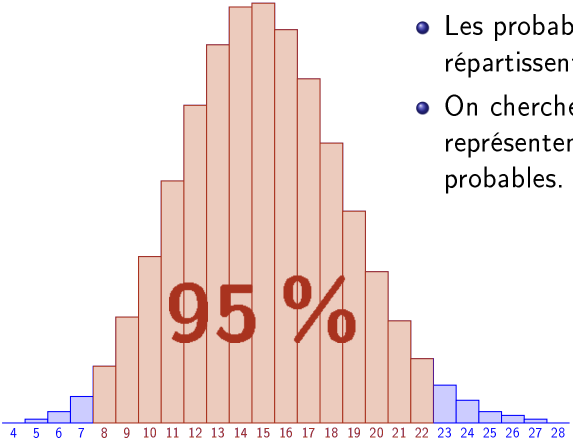
X est très bien approximé par Y.

II. Intervalle de fluctuation asymptotique à 95%



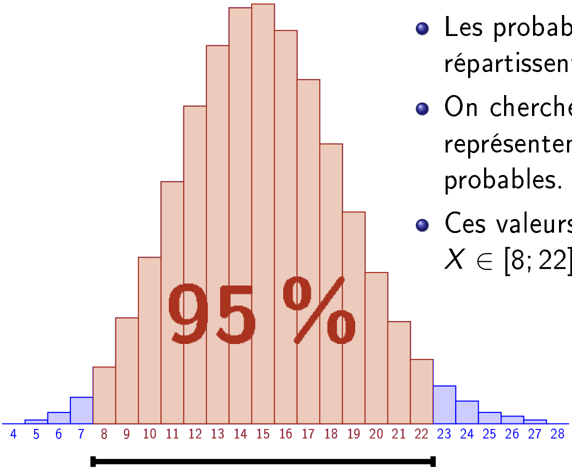
Prenons $\mathcal{B}(100; 0,15)$

- Les probabilités $P(X = k)$ se répartissent selon la figure.



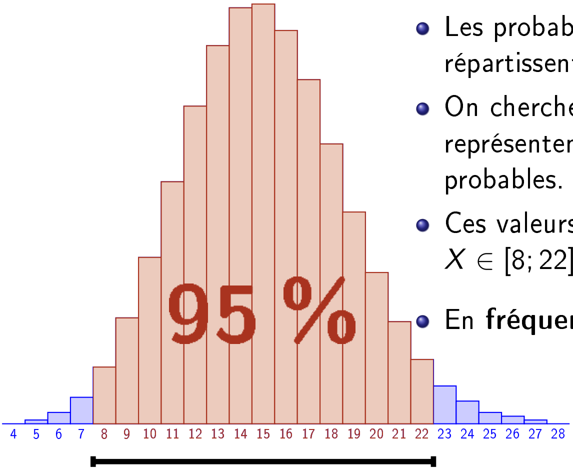
Prenons $\mathcal{B}(100; 0,15)$

- Les probabilités $P(X = k)$ se répartissent selon la figure.
- On cherche les valeurs de X qui représentent 95% des cas les plus probables.



Prenons $\mathcal{B}(100; 0,15)$

- Les probabilités $P(X = k)$ se répartissent selon la figure.
- On cherche les valeurs de X qui représentent 95% des cas les plus probables.
- Ces valeurs forment un intervalle : $X \in [8; 22]$.



Prenons $\mathcal{B}(100; 0,15)$

- Les probabilités $P(X = k)$ se répartissent selon la figure.
- On cherche les valeurs de X qui représentent 95% des cas les plus probables.
- Ces valeurs forment un intervalle : $X \in [8; 22]$.
- En **fréquence** : $F = \dfrac{X}{n} \in \left[\dfrac{8}{100}; \dfrac{22}{100}\right]$

Tout le problème est de trouver les valeurs 8 et 22...
Normalement : On calcule les valeurs de $p(X \leqslant k)$ (*tableau*)

k	7	8	$\cdots$	21	22
$p(X \leqslant k)$ (%)	1,22	2,75	$\cdots$	96,07	97,78

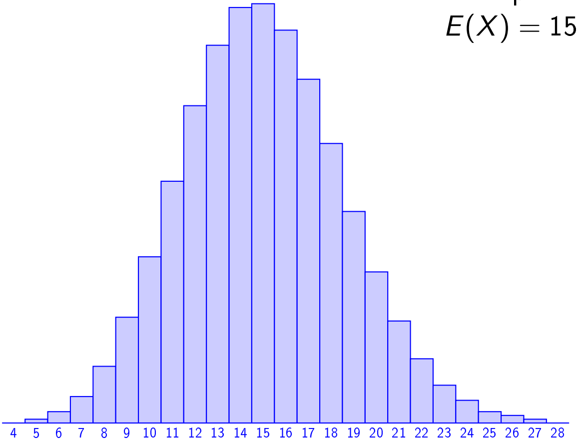
Tout le problème est de trouver les valeurs 8 et 22...
Normalement : On calcule les valeurs de $p(X \leqslant k)$ (*tableau*)

k	7	**8**	$\cdots$	21	**22**
$p(X \leqslant k)$ (%)	1,22	**2,75**	$\cdots$	96,07	**97,78**

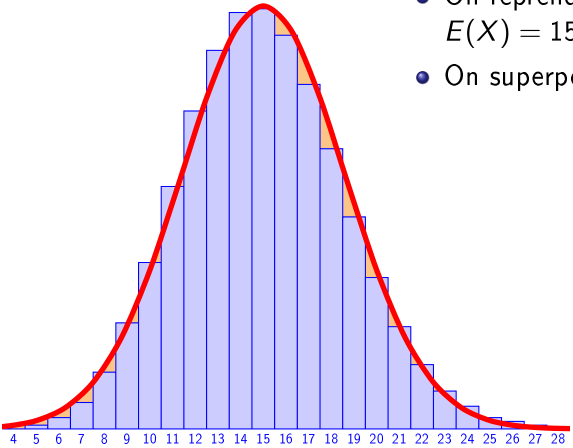
On prend les valeurs pour lesquelles on dépasse **2,5 %** et **97,5 %**.

C'est inutilement compliqué. On va préférer obtenir une approximation avec la loi normale, **c'est beaucoup plus simple et rapide**.

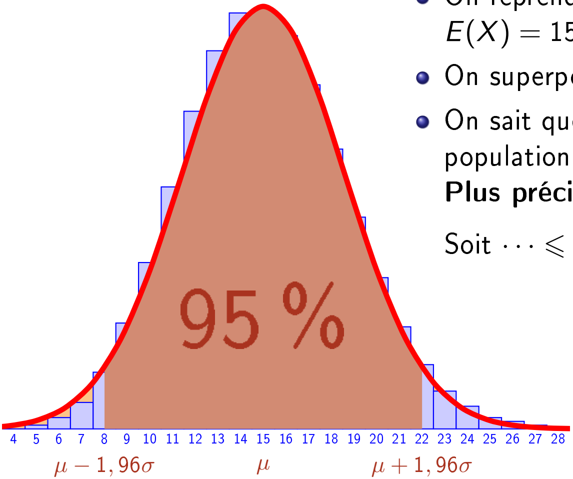
II. 2) Intervalle de fluctuation asymptotique



- On reprend $\mathcal{B}(100; 0,15)$
  $E(X) = 15 \quad \text{et} \quad \sigma(X) \simeq 3,57$

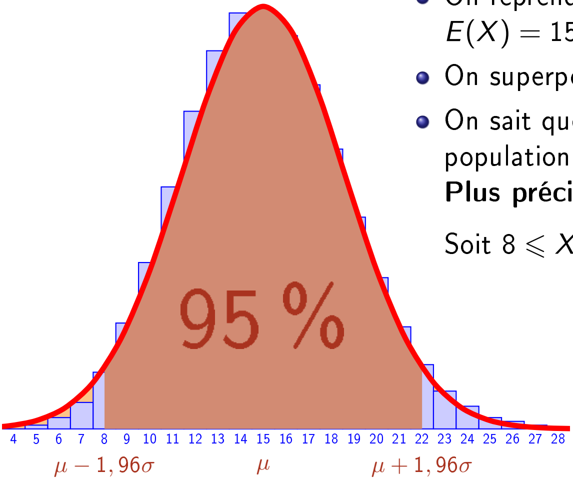


- On reprend $\mathcal{B}(100; 0,15)$
  $E(X) = 15$ et $\sigma(X) \simeq 3,57$
- On superpose $\mathcal{N}(15; 3,57)$



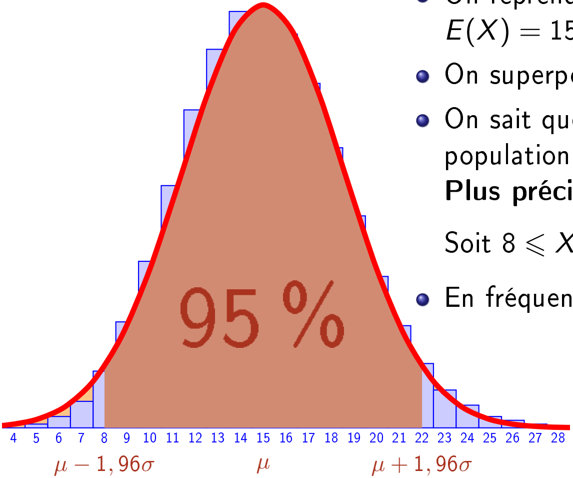
- On reprend $\mathcal{B}(100; 0,15)$
  $E(X) = 15$ et $\sigma(X) \simeq 3,57$
- On superpose $\mathcal{N}(15; 3,57)$
- On sait que sous $\mathcal{N}$, 95 % de la population est contenue dans $\mu \pm 2\sigma$.
  Plus précisément, dans $\mu \pm 1,96\sigma$

  Soit $\cdots \leqslant X \leqslant \cdots$



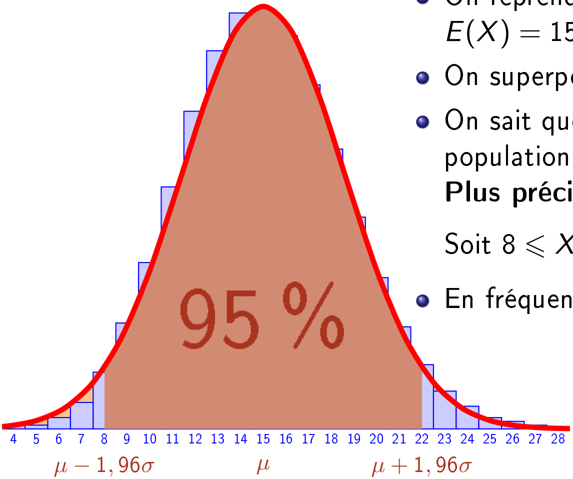
- On reprend $\mathcal{B}(100; 0,15)$
  $E(X) = 15$ et $\sigma(X) \simeq 3,57$
- On superpose $\mathcal{N}(15; 3,57)$
- On sait que sous $\mathcal{N}$, 95 % de la population est contenue dans $\mu \pm 2\sigma$.
  Plus précisément, dans $\mu \pm 1,96\sigma$

Soit $8 \leqslant X \leqslant 22$



- On reprend $\mathcal{B}(100; 0,15)$
  $E(X) = 15$ et $\sigma(X) \simeq 3,57$
- On superpose $\mathcal{N}(15; 3,57)$
- On sait que sous $\mathcal{N}$, 95 % de la population est contenue dans $\mu \pm 2\sigma$.
  Plus précisément, dans $\mu \pm 1,96\sigma$

  Soit $8 \leqslant X \leqslant 22$
- En fréquence : $\cdots \leqslant F = \dfrac{X}{n} \leqslant \cdots \%$



- On reprend $\mathcal{B}(100; 0,15)$
  $E(X) = 15 \quad$ et $\quad \sigma(X) \simeq 3,57$
- On superpose $\mathcal{N}(15; 3,57)$
- On sait que sous $\mathcal{N}$, 95 % de la population est contenue dans $\mu \pm 2\sigma$.
  Plus précisément, dans $\mu \pm 1,96\sigma$

  Soit $8 \leqslant X \leqslant 22$
- En fréquence : $8\,\% \leqslant F = \dfrac{X}{n} \leqslant 22\,\%$

Résumons nous :

- On part d'une situation relevant de $\mathcal{B}(n; p)$

Résumons nous :

- On part d'une situation relevant de $\mathcal{B}(n; p)$
- On approxime par $\mathcal{N}\left(\mu = n \cdot p\,;\, \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}\right)$

Résumons nous :

- On part d'une situation relevant de $\mathcal{B}(n; p)$
- On approxime par $\mathcal{N}\left(\mu = n \cdot p\,;\, \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}\right)$
- On cherche l'intervalle de fluctuation à 95 % pour la **fréquence**

Résumons nous :

- On part d'une situation relevant de $\mathcal{B}(n; p)$
- On approxime par $\mathcal{N}\left(\mu = n \cdot p\,;\, \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}\right)$
- On cherche l'intervalle de fluctuation à 95 % pour la **fréquence**
- On l'obtient en calculant $\left[\dfrac{\mu - 1,96\sigma}{n}\,;\,\dfrac{\mu + 1,96\sigma}{n}\right]$

  C'est l'**intervalle de fluctuation asymptotique**.

Résumons nous :

- On part d'une situation relevant de $\mathcal{B}(n; p)$
- On approxime par $\mathcal{N}\left(\mu = n \cdot p\,;\, \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}\right)$
- On cherche l'intervalle de fluctuation à 95 % pour la **fréquence**
- On l'obtient en calculant $\left[\dfrac{\mu - 1,96\sigma}{n}\,;\, \dfrac{\mu + 1,96\sigma}{n}\right]$

  C'est l'**intervalle de fluctuation asymptotique**.

L'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% d'une **fréquence** obtenu sur un échantillon de taille n, dans laquelle on a une proportion p est :

$$\mathcal{I}_F = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}\,; p + 1,96\sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}\right]$$

Il faut $n \geqslant 30$, $n \cdot p \geqslant 5$ *et* $n \cdot (1-p) \geqslant 5$

Exercice 1

6 % de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boites contenant 150 composants.

X est la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Donner ses paramètres.
2. On donne ce tableau de probabilités :

c	2	3	4	13	14	15	16
$p(X \leqslant c)$	0,005	0,019	0,050	0,932	0,963	0,981	0,991

   a. Donner l'intervalle de fluctuation à 95 % de X.
   b. Donner cette intervalle en fréquence.
3. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique I_F.

II. 3) Prise de décision

Exemple

Un industriel produit des clous. Il a annonce : $0,1\%$ des clous produits n'ont pas la solidité demandée.

Pour vérifier cette affirmation, on prélève 10 000 clous dans le stock et on va relever la fréquence f de clous trop fragiles.

II. 3) Prise de décision

Exemple

Un industriel produit des clous. Il a annonce : $0,1\%$ des clous produits n'ont pas la solidité demandée.

Pour vérifier cette affirmation, on prélève 10 000 clous dans le stock et on va relever la fréquence f de clous trop fragiles.
En fonction de f, on va utiliser la **règle de décision** :

- Si $f \in \mathcal{I}_F$, on accepte l'affirmation.
- Si $f \notin \mathcal{I}_F$ on rejette l'affirmation.

II. 3) Prise de décision

Exemple

Un industriel produit des clous. Il a annonce : $0,1\%$ des clous produits n'ont pas la solidité demandée.

Pour vérifier cette affirmation, on prélève 10 000 clous dans le stock et on va relever la fréquence f de clous trop fragiles.
En fonction de f, on va utiliser la **règle de décision** :

- Si $f \in \mathcal{I}_F$, on accepte l'affirmation.
- Si $f \notin \mathcal{I}_F$ on rejette l'affirmation.

Réponse : si, par exemple, on obtient 20 clous trop fragiles dans l'échantillon

II. 3) Prise de décision

Exemple

Un industriel produit des clous. Il a annonce : $0,1\%$ des clous produits n'ont pas la solidité demandée.

Pour vérifier cette affirmation, on prélève 10 000 clous dans le stock et on va relever la fréquence f de clous trop fragiles.
En fonction de f, on va utiliser la **règle de décision** :

- Si $f \in \mathcal{I}_F$, on accepte l'affirmation.
- Si $f \notin \mathcal{I}_F$ on rejette l'affirmation.

Réponse : si, par exemple, on obtient 20 clous trop fragiles dans l'échantillon

$$n = 10\ 000; p = 0,1\% \Rightarrow \mathcal{I}_F \approx [0,037\%; 0,163\%]$$

$$f = \frac{20}{10\ 000} = 0,2\% \notin \mathcal{I}_F \Rightarrow \textbf{Affirmation rejetée}$$

Remarque : Dans le cas précédent,

- l'**hypothèse** est « La proportion de clous trop fragiles dans la population est $p = 0,1\%$ »
- On dit « au seuil de 5%, si $f \in \mathcal{I}_F$ on accepte l'hypothèse... ».
  Le seuil est la **marge d'erreur** qu'on s'autorise : Il est possible que $p = 0,1\%$ mais que $f \notin \mathcal{I}_F$.

II. 4) Intervalle de confiance et estimation

- Avec $\mathcal{I}_F$ on connaît p (ou on pense le connaître). On mesure f pour vérifier.
- Avec $\mathcal{I}_C$, on ne connaît pas p. On mesure f pour trouver p.

II. 4) Intervalle de confiance et estimation

- Avec $\mathcal{I}_F$ on connaît p (ou on pense le connaître). On mesure f pour vérifier.
- Avec $\mathcal{I}_C$, on ne connaît pas p. On mesure f pour trouver p.

Si f est la fréquence obtenue sur un échantillon de taille n, l'intervalle de confiance, au **niveau de confiance de 95%** pour la proportion p dans la population est :

$$\mathcal{I}_C = \left[f - 1,96\sqrt{\frac{f \cdot (1-f)}{n}} ; f + 1,96\sqrt{\frac{f \cdot (1-f)}{n}} \right]$$

Faux positif, faux négatif

- On considère une propriété A. *Ex : individu malade*

Faux positif, faux négatif

- On considère une propriété A. *Ex : individu malade*
- Pour savoir si A vrai on fait un test consistant à prélever un échantillon.

Faux positif, faux négatif

- On considère une propriété A. *Ex : individu malade*
- Pour savoir si A vrai on fait un test consistant à prélever un échantillon.
- On calcule une fréquence f pour cet échantillon.

Faux positif, faux négatif

- On considère une propriété A. *Ex : individu malade*
- Pour savoir si A vrai on fait un test consistant à prélever un échantillon.
- On calcule une fréquence f pour cet échantillon.
- On a déterminé un intervalle de fluctuation $\mathcal{I}_F$. Si $f \in \mathcal{I}_F$, alors on dit que A est vrai. A faux sinon.

Faux positif, faux négatif

- On considère une propriété A. *Ex : individu malade*
- Pour savoir si A vrai on fait un test consistant à prélever un échantillon.
- On calcule une fréquence f pour cet échantillon.
- On a déterminé un intervalle de fluctuation $\mathcal{I}_F$. Si $f \in \mathcal{I}_F$, alors on dit que A est vrai. A faux sinon.

	$f \in \mathcal{I}_F$	$f \notin \mathcal{I}_F$
A vraie	Ok	Faux négatif
A fausse	Faux positif	Ok

Faux positif, faux négatif

- On considère une propriété A. *Ex : individu malade*
- Pour savoir si A vrai on fait un test consistant à prélever un échantillon.
- On calcule une fréquence f pour cet échantillon.
- On a déterminé un intervalle de fluctuation $\mathcal{I}_F$. Si $f \in \mathcal{I}_F$, alors on dit que A est vrai. A faux sinon.

	$f \in \mathcal{I}_F$	$f \notin \mathcal{I}_F$
A vraie	Ok	Faux négatif
A fausse	Faux positif	Ok

Avec un $\mathcal{I}_F$ au risque de 5 %, c'est le risque de faux négatif qui est de 5 %.

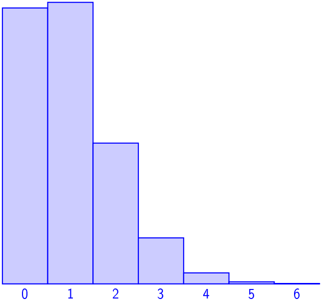
Le risque de faux positif est difficile à déterminer en général. Mais on peut dire qu'on ne peut pas minimiser simultanément les deux risques, si bien qu'il faut trouver un compromis.

Le risque à 5 % est un bon compromis.

III. Approximation $\mathcal{B} \simeq \mathcal{P}$

On a dit que $\mathcal{B} \simeq \mathcal{N}$ quand $n \nearrow$. Mais cette approximation ne fonctionne bien que si $n \cdot p \geqslant 5$. Si p est trop faible, il faut faire une autre approximation. On devra utiliser la loi de **Poisson**, appelée aussi loi des événements rares (p faible).

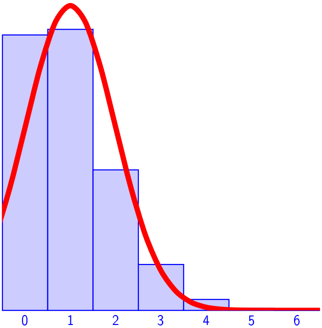
Pourquoi $\mathcal{N}$ ne suffit pas ?



Prenons $\mathcal{B}(50; 0,02)$

- Les probabilités $P(X = k)$ se répartissent selon la figure.
  On sait que $\overline{X} = 1$ et $\sigma(X) \simeq 0,99$

Pourquoi $\mathcal{N}$ ne suffit pas ?



Prenons $\mathcal{B}(50; 0,02)$

- Les probabilités $P(X = k)$ se répartissent selon la figure.
  On sait que $\overline{X} = 1$ et $\sigma(X) \simeq 0,99$
- On trace la courbe de la densité de $\mathcal{N}(1\,;\,0,99)$.

  L'approximation n'est pas bonne.

  On comprend que quand $p \to 0$ alors $E(X) \to 0$ et alors la loi binomiale n'a plus la **symétrie** de la loi normale.

Loi de Poisson

Introduite par **Siméon Denis Poisson** (1781-1840) dans « Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile »

Loi de Poisson

Introduite par **Siméon Denis Poisson** (1781-1840) dans « Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile »

Il s'agit de donner la probabilité d'un nombre d'arrivées d'un évènement dans un temps donné.

Important : C'est une loi discrète. Si X suit $\mathcal{P}$, alors les issues possibles sont $X = k$ avec $k \geqslant 0$.

Loi de Poisson

Introduite par **Siméon Denis Poisson** (1781-1840) dans « Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile »

Il s'agit de donner la probabilité d'un nombre d'arrivées d'un évènement dans un temps donné.

Important : C'est une loi discrète. Si X suit $\mathcal{P}$, alors les issues possibles sont $X = k$ avec $k \geqslant 0$.

Exemple : En moyenne, on constate 3 accidents de train par an. Quelle est la probabilité qu'il y en ait 0, 1, 2,...

Avec $\mathcal{B}(n; p)$

« En moyenne, on constate 3 accidents de train par an. Quelle est la probabilité qu'il y en ait 0, 1, 2,... »

Supposons qu'il y ait par exemple $n = 10\,000$ trains par an et en moyenne 3 accidents, donc $p = \frac{3}{10\,000} = 0,03\,\%$.

$X =$ nombre de trains subissant un accident, suit la loi $\mathcal{B}(n\,;\ p)$.

Avec $\mathcal{B}(n; p)$

« En moyenne, on constate 3 accidents de train par an. Quelle est la probabilité qu'il y en ait 0, 1, 2,... »

Supposons qu'il y ait par exemple $n = 10\,000$ trains par an et en moyenne 3 accidents, donc $p = \frac{3}{10\,000} = 0,03\,\%$.

X = nombre de trains subissant un accident, suit la loi $\mathcal{B}(n\,;\,p)$.

On peut calculer $p(X = 4) \simeq 0,168$

On peut changer pour $n = 100\,000$, ça ne change pas grand chose.

Si on essaie $n = 1\,000\,000$, la calculette échoue. Un outil plus puissant donnera toujours $\simeq 0,168$.

Avec $\mathcal{P}(\lambda)$

La loi de poisson dépend d'un paramètre λ.

λ est l'**Espérance** de $\mathcal{P}(\lambda)$.

Avec $\mathcal{P}(\lambda)$

La loi de poisson dépend d'un paramètre λ.

λ est l'**Espérance** de $\mathcal{P}(\lambda)$.
Exemple : On sait qu'il y a 3 accidents en moyenne. Donc $\lambda = 3$. On calcule $p(X = 4) \simeq 0,168$

Avec $\mathcal{P}(\lambda)$ on obtient ce qu'on aurait eu avec $\mathcal{B}(n\,;\,p)$ en prenant $n \to +\infty$.

Avec $\mathcal{P}(\lambda)$

La loi de poisson dépend d'un paramètre λ.

λ est l'**Espérance** de $\mathcal{P}(\lambda)$.
Exemple : On sait qu'il y a 3 accidents en moyenne. Donc $\lambda = 3$. On calcule $p(X = 4) \simeq 0,168$

Avec $\mathcal{P}(\lambda)$ on obtient ce qu'on aurait eu avec $\mathcal{B}(n\,;\,p)$ en prenant $n \to +\infty$.

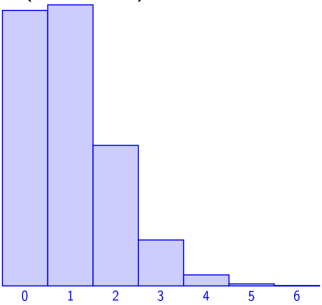
Si X suit $\mathcal{P}(\lambda)$ alors

$$p(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot \mathrm{e}^{-\lambda}$$

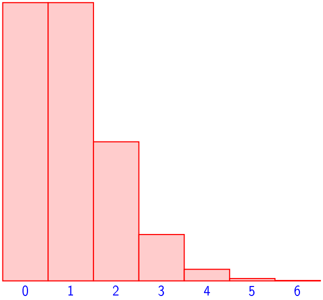
$E(X) = \lambda$ et $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$.

Comparaison

$\mathcal{B}(50\,;0,02) \Rightarrow \overline{X} = 1$



$\mathcal{P}(1)$



L'approximation $\mathcal{B}(n\,;\,p) \simeq \mathcal{P}(n \cdot p)$ est bonne quand $n \geqslant 20$ et $p \leqslant 0,05$, et encore pour $n \geqslant 100$ et $n \cdot p \leqslant 10$.

Exercice 2

Des appareils sont conditionnés par lots de 100 pour l'expédition aux distributeurs de pièces détachées.
On considère que, à chaque prélèvement, la probabilité que l'appareil soit défectueux est 0,05.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 appareils, associe le nombre d'appareils défectueux.

1. a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b. Donner l'espérance de X.
2. On suppose que l'on peut approcher la loi de X par une loi de Poisson de paramètre λ.
   a. On choisit $\lambda = 5$. Justifier ce choix.
   b. En utilisant cette loi de Poisson, calculer la probabilité qu'il y ait au plus deux appareils défectueux dans un lot.

Exercice 3

On s'intéresse au nombre de requêtes reçues par un serveur. On appelle X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de requêtes reçues parle serveur dans un intervalle de temps de durée τ (exprimée en secondes). La variable aléatoire X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 500\tau$.

On prend $\tau = 0,01$. Déterminer la probabilité que le serveur reçoive au plus une requête au cours d'une durée τ.
En expliquant votre démarche, déterminer le plus petit n_0 tel que $p(X > n_0) < 0,05$.

Exercice 4

Considérant que la qualité d'une transmission n'est pas assez bonne, des techniciens procèdent à quelques réglages afin de réduire les bruits à l'origine des erreurs.

La probabilité qu'un chiffre soit mal transmis devrait ainsi être fortement diminuée. À l'issue des réglages, on constate que la proportion de chiffres mal transmis est égale à 0,002.

On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de chiffres mal transmis dans une chaîne de 1 000 chiffres.
On considère que la variable aléatoire Y suit une loi de Poisson de paramètre λ

1. Justifier que $\lambda = 2$.
2. Calculer à 0,001 près la probabilité qu'il y ait au moins une erreur de transmission parmi les 1000 chiffres envoyés.