Exercice I.

6 % de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boites contenant 150 composants.

X est la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

(1) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Donner ses paramètres.

(2) On donne ce tableau de probabilités :

c	2	3	4	13	14	15	16
$p(X \leqslant c)$	0,005	0,019	0,050	0,932	0,963	0,981	0,991

a) Donner l'intervalle de fluctuation à 95 % de X.

b) Donner cette intervalle en fréquence.

(3) Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique I_F.

Exercice II.

Des appareils sont conditionnés par lots de 100 pour l'expédition aux distributeurs de pièces détachées.

On considère que, à chaque prélèvement, la probabilité que l'appareil soit défectueux est 0,05.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 appareils, associe le nombre d'appareils défectueux.

(1) (a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

(b) Donner l'espérance de X.

(2) On suppose que l'on peut approcher la loi de X par une loi de Poisson de paramètre λ.

(a) On choisit $\lambda = 5$. Justifier ce choix.

(b) En utilisant cette loi de Poisson, calculer la probabilité qu'il y ait au plus deux appareils défectueux dans un lot.

Exercice III.

On s'intéresse au nombre de requêtes reçues par un serveur. On appelle X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de requêtes reçues parle serveur dans un intervalle de temps de durée τ (exprimée en secondes). La variable aléatoire X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 500\tau$.

On prend $\tau = 0,01$. Déterminer la probabilité que le serveur reçoive au plus une requête au cours d'une durée τ.

En expliquant votre démarche, déterminer le plus petit n_0 tel que $p(X > n_0) < 0,05$.

Exercice IV.

Considérant que la qualité d'une transmission n'est pas assez bonne, des techniciens procèdent à quelques réglages afin de réduire les bruits à l'origine des erreurs.

La probabilité qu'un chiffre soit mal transmis devrait ainsi être fortement diminuée. À l'issue des réglages, on constate que la proportion de chiffres mal transmis est égale à 0,002.

On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de chiffres mal transmis dans une chaîne de 1 000 chiffres.

On considère que la variable aléatoire Y suit une loi de Poisson de paramètre λ

(1) Justifier que $\lambda = 2$.

(2) Calculer à 0,001 près la probabilité qu'il y ait au moins une erreur de transmission parmi les 1000 chiffres envoyés.