Exo 1

Dans cette partie, on considère qu'il y a 6 % de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boites contenant 150 composants. La production de l'entreprise étant très importante, on peut assimiler la constitution d'une boite à une succession de 150 tirages avec remise.

On note X la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

(1) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres.

(2) Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boite. Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boites commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux.

Dans cette question, les résultats seront arrondis 0,001 près.

(a) Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boite.

(b) Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boite.

(c) Le commercial a-t-il raison ?

(3) Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boite.

Exo 2

La société Sun-NRJY fabrique des cellules photovoltaïques qu'elle assemble ensuite pour former des panneaux qui seront installés sur le toit de bâtiments pour produire de l'électricité.

Ces cellules, à base de silicium, sont très fines (environ $250\,\mu$m) et très fragiles. On estime que 1,5 % des cellules fabriquées présenteront un défaut (fissure, casse, ...) et seront donc inutilisables.

À la sortie de la production, on forme des lots de 75 cellules. La production étant très importante on peut assimiler la constitution d'un lot de 75 cellules à 75 tirages indépendants avec remise.

On note X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de 75 cellules le nombre de cellules inutilisables qu'il contient.

(1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

(2) Quelle est la probabilité qu'un lot ne contienne aucune cellule inutilisable ?

(3) Un panneau est constitué de 72 cellules. Quelle est la probabilité d'avoir suffisamment de cellules sans défaut dans un seul lot pour pouvoir fabriquer un panneau ?

Exo 3

Dans cette partie, les résultats approchés seront arrondis à 10^{-3} près.

Une entreprise produit en grande série un composant A. Une étude statistique permet d'admettre que la probabilité qu'un composant ait une durée de vie supérieure à 1 000 heures est $0,67$.

Les durées de vie des composants sont indépendantes les unes des autres.

Pour un échantillon de 50 composants, on note X la variable aléatoire égale au nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 heures.

1. On admet que X suit une loi binomiale.
   Préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité $p(X = 42)$.
3. Ci-dessous est donné un extrait du tableau, obtenu à l'aide d'un tableur, donnant les valeurs des probabilités $p(X \leq k)$, où k désigne un nombre entier naturel appartenant à l'intervalle $[0\,;\,50]$.

	A	B	C	D
1	k	$p(X \leq k)$		
2	38	0,937 149 61		
3	39	0,968 259 95		
4	40	0,985 629 89		
5	41	0,994 231 41		
6	42	0,997 973 63		
7	43	0,999 387 18		
8	44	0,999 843 76		
9	45	0,999 967 36		
10	46	0,999 994 64		
11	47	0,999 999 35		
12	48	0,999 999 95		
13	49	1		
14	50	1		
15				
16				

À l'aide de ce tableau, déterminer la probabilité que le nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 heures parmi cet échantillon soit strictement supérieur à 42.

4. Ci-dessous, le diagramme en bâtons représente les valeurs de $p(X \leq k)$ en fonction de k.
   (a) À l'aide de ce diagramme, déterminer le plus petit nombre entier naturel k_1 tel que

$$p\left(X \leq k_1\right) > 0,025,$$

   puis le plus petit nombre entier naturel k_2 tel que

$$p\left(X \leq k_2\right) > 0,975,$$

   (b) Peut-on affirmer : « *le nombre de composants dont la durée de vie est supérieure à* 1 000 *heures appartient à l'intervalle* $[27\,;\,40]$ *avec une probabilité supérieure à* 0,95 » ? Justifier la réponse.