Suites

- (u_n) désigne une suite.
- u_n représente le terme de la suite de rang n.
  Exemple : $u_5 = 23$ se lit « le terme de rang 5 est 23.
- Il faut savoir comment les termes sont numérotés et notamment comment **commence** la numérotation. **Exemple :** $(u_n)_{n>0}$ commence avec u_1.

- **Explicite :** On connaît la formule pour calculer u_n **directement** :

$$u : n \mapsto f(n) \quad \text{ou encore} \quad u(n) = f(n)$$

  Exemple : $u_n = 3n + 2$
- **Récurence :** Un terme est calculé à partir de **ceux qui le précède**.
  Exemple : $u_n = 3u_n + 2$ en commençant par $u_0 = 1$

Suite arithmétique

$$u_{n+1} = u_n + r \Rightarrow \quad u_0 \xrightarrow{+r} u_1 \xrightarrow{+r} \cdots$$

r est la **raison**.

$$u_n = u_\ell + r \times (n - \ell)$$

On peut écrire aussi :

$$u_n = u_0 + r \cdot n$$

Somme des termes : $S = u_0 + \cdots + u_n$

$$S = \sum_{k=0}^{n} u_k = \begin{bmatrix} \text{Nombre} \\ \text{de termes} \end{bmatrix} \times \frac{(\text{1er} + \text{Dernier})}{2}$$

Suite géométrique

$$u_{n+1} = q \times u_n \Rightarrow \quad u_0 \xrightarrow{\times q} u_1 \xrightarrow{\times q} \cdots$$

q est la **raison**.

$$u_n = u_\ell \times q^{n-\ell}$$

On peut écrire aussi :

$$u_n = u_0 q^n$$

Somme des termes : $S = u_0 + \cdots + u_n$

$$S = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Suite convergente : Quand u_n se rapproche aussi près que l'on veut d'une valeur $\ell \in \mathbb{R}$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$$

- Une suite géométrique avec $|q| < 1$ converge vers 0.
- Un suite **divergente** est une suite qui **ne converge pas**.

Divergence vers $+\infty$: Quand u_n augmente aussi haut que l'on veut

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$$

- Une suite géométrique avec $|q| > 1$ diverge vers $\pm\infty$ ($\pm$ selon le signe de u_0)

Variations :

- $u_{n+1} > u_n$ pour tout $n, \Leftrightarrow u_n$ croissante.
- $u_{n+1} < u_n$ pour tout $n, \Leftrightarrow u_n$ décroissante.

Exemple : $u_n = n^2$. Alors $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 > 0$ donc u_n croissante.

- Géométrique avec $q > 1$ ou arithmétique $r > 0$: Croissante
- Géométrique avec $0 < q < 1$ ou arithmétique $r < 0$: Décroissante