**Exo 1** Notation

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ dont les premiers termes sont :

$$17 ; 42 ; 26 ; 12 ; 1 ; 0 ; 11 ; 5$$

a) Donnez le terme de rang 2

b) Donnez $u_5$

c) Donnez le rang d'un terme égal à 12

**Exo 2** $u_n = 2 + 3n$

a) Calculez $u_{21}$

b) Résoudre $u_n > 1\,000$

**Exo 3** Terme explicite

a) Les premiers termes de $(u_n)_{n\geqslant 0}$ sont
$0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; \cdots$
Exprimez $u_n$.

b) Les premiers termes de $(v_n)_{n>0}$ sont
$1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{5} ; \cdots$
Exprimez $v_n$.

**Exo 4** Récurrence

Calculez $u_3$ dans les cas suivants :

a) $u_0 = 2$ et pour $n \geqslant 0, u_{n+1} = u_n + 7$

b) $u_0 = 100$ et pour $n \geqslant 0, u_{n+1} = 0,9\,u_n$

**Exo 5** Récurrente / explicite

Dans les deux cas suivants, déterminez si la suite est définie de façon récurrente ou explicite :

a) $u_n = 17\cos(n\pi)$

b) $u_0 = 2$ et pour $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = 2 - \dfrac{u_n}{2}$

**Exo 6** Récurrence

Donnez la définition des suites suivantes

a) $7 ; 13 ; 19 ; 25 ; 31 ; \cdots$

b) $4 ; 12 ; 36 ; 108 ; 324 ; \cdots$

c) $5 ; 13 ; 29 ; 61 ; 125 ; \cdots$

**Exo 7** Étude de suites

Dans tous les cas, précisez si la définition est explicite / récurrente, étudiez les variations et la convergence.

a) $u_n = n^2 + 2$ pour $n > 0$

b) $u_n = \dfrac{n^2 + 3n + 2}{n + 2}$ pour $n \geqslant 0$

c) $u_n = \dfrac{n+1}{n}$ pour $n > 0$

d) $u_0 = 15$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 20$ pour $n \geqslant 0$

e) $u_n = (n+2)^2 - n^2$ pour $n > 0$

f) $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$ pour $n \geqslant 0$

g) $u_{n+1} = 1,1u_n - 7$ et $u_0 = 3$

h) $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$

**Exo 8** Convergence

$u_0 = 20$ et $u_{n+1} = 0,9\,u_n + 13$.

a) Déterminez $\ell = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

b) Déterminez à partir de quel rang on a $|u_n - \ell| < 10^{-4}$.

**Exo 9** Divergence vers $+\infty$

$u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 1,3\,u_n + 2$.

Trouvez le rang à partir duquel $u_n > 1\,000\,000$.

**Exo 10** Suites arithmétiques

Précisez le premier terme, la raison, récurrence et terme général, et enfin la somme des 10 premiers termes.

a) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 2$ pour $n \geqslant 0$

b) $u_n = 17n - 4$ pour $n \geqslant 0$

**Exo 11** Suites géométriques

Précisez le premier terme, la raison, récurrence et terme général, et enfin la somme des 10 premiers termes.

a) $u_0 = 16$ et $u_{n+1} = 1,04u_n$ pour $n \geqslant 0$

b) $u_n = 2 \cdot 3^n$ pour $n \geqslant 0$

**Exo 12** Intérêts composés

Vous placez 10 000€ sur un compte en banque. On vous propose deux formules :

- Un taux de $2,2\%$ par an en intérêts simples (seule la somme de départ génère des intérêts)
- Un taux de $2\%$ par an en intérêts composés (les intérêts acquis génèrent des intérêts)

a) Soit $S_n$ le capital au bout de $n$ années avec la première formule. Calculez $S_1$, $S_2$, $S_3$.

b) Soit $C_n$ le capital au bout de $n$ années avec la deuxième formule. Calculez $C_1$, $C_2$, $C_3$.

c) Dans les deux cas, au bout de combien d'années a-t-on un doublement du capital initial ?

d) Quel est le meilleur placement ?

**Exo 13** Optique Lorsqu'un rayon traverse

une certaine plaque de verre, elle perd $\frac{1}{12^{e}}$ de son intensité lumineuse.

Combien le rayon doit-il traverser de plaques pour perdre la moitié de son intensité ?

**Exo 14** Bactéries

Lors d'une expérience, on étudie une population de bactéries. À l'instant $t = 0$, on compte 10 germes. Chaque heure, la population **triple**.

1. Complétez le tableau

| Temps (h) | 0 | 1 | 2 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de germes | 10 | | | | |

2. Soit $u_n$ la population au temps $t = n$.
   (a) Exprimez $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$
   (b) Déduisez-en l'expression du terme général $u_n$
   (c) Au bout de combien de temps la population dépasse-t-elle $10^7$ germes ?

**Exo 15** Croissance exponentielle

À $t = 0$ une population de bactérie compte 100 germes. On suppose que la progression du nombre de germes est **géométrique** et que le nombre de germes au bout de 24 heures est de 300.

a) Si on modélise cette évolution par une suite géométrique $(u_n)_{n\geqslant 0}$, $u_n$ étant le nombre de germes au bout de $n$ heures, donnez le premier terme et la raison de $(u_n)$

b) En pourcentage, combien y a-t-il de germes en plus à chaque heure ?

**Exo 16** Compostage - BAC STL 2013

Le responsable d'un site de compostage fait un bilan de l'évolution des quantités de déchets compostés dans son entreprise.

Il constate qu'en 2002, sur le site, 5 900 tonnes de déchets ont été traitées et qu'ensuite les quantités traitées augmentent régulièrement de 15 % par an.

On admet que la progression se poursuivra au même rythme jusqu'en 2020.

Pour tout entier naturel $n$, on note $u_n$ la quantité, en tonnes, de déchets traités durant l'année $2002 + n$ . On aura ainsi $u_0 = 5\,900$.

1. Préciser la nature, le premier terme et la raison de la suite $(u_n)$.
   En déduire, pour tout entier naturel $n$, l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.
2. Calculer la quantité de déchets traités en 2006. Arrondir à l'unité près.
3. Déterminer à partir de quelle année la quantité de déchets traités dépassera les 20 000 tonnes. Justifier votre réponse.
4. Calculer la quantité totale de déchets traités depuis le début de l'année 2002 jusqu'à la fin de l'année 2020. Arrondir à l'unité près.

**Exo 17** D'après BAC STI - 2017

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1 240 renards à la fin de l'année 2016.

On modélise par un le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année $2016+n$. On a donc $u_0 = 1\,240$. On estime à 15% par an la baisse du nombre $u_n$. On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Montrer qu'à la fin de l'année 2017, la population de renards sera de 1 054.
2. Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$. En déduire la nature de la suite $(u_n)$ et préciser ses éléments caractéristiques.
3. Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la fin de l'année 2030.
4. Déterminer la limite de la suite $(u_n)$. Comment interpréter ce résultat ?

5. Des scientifiques considèrent que l'espèce des renards présents dans le parc sera en situation d'extinction à partir du moment où le nombre de renards deviendra strictement inférieur à 100.

   À partir de quelle année l'espèce de renards présents dans le parc sera-t-elle en situation d'extinction ?

6. Afin de préserver l'espèce, on décide d'introduire à chaque année 30 renards à partir de la fin de l'année 2017.

   On note $v_n$ le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année $2016 + n$. On estime à 15% par an la baisse du nombre $v_n$.

   On a $v_0 = 1\,240$.

   (a) Calculer $v_1$.

   (b) Exprimer $v_{n+1}$ en fonction de $v_n$.

   (c) Soit $w_n = v_n - 200$. Montrer que $(w_n)$ est géométrique. En déduire le terme général $w_n$. En déduire enfin que $v_n = 200 + 1040 \cdot 0,85^n$.

   (d) La réintroduction est-elle un succès ?

**Exo 18** Médicament - BAC STL 2014

On injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de $2\,\text{cm}^3$ d'un antalgique.

L'organisme du patient élimine 5 % du produit présent tous les quarts d'heure.

On s'intéresse à la quantité d'antalgique, en $\text{mm}^3$, présent dans le sang du patient au bout de $n$ quarts d'heure après le début de l'injection.

La situation peut être modélisée par une suite $(u_n)$ de premier terme $u_0 = 2000$, $u_n$ représentant une estimation de la quantité d'antalgique en $\text{mm}^3$ présent dans le sang du patient après $n$ quarts d'heure.

1. Vérifier que la quantité de produit présent dans le sang du patient un quart d'heure après l'injection est égale à $1\,900\,\text{mm}^3$.
2. (a) Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$.

   (b) En déduire la nature de la suite $(u_n)$.

   (c) En déduire l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.
3. Déterminer la limite de $u_n$ lorsque $n$ tend vers $+\infty$. Interpréter le résultat.
4. Le produit est jugé inefficace lorsque la quantité présente dans le sang est inférieure à $1\,500\,\text{mm}^3$ . Déterminer au bout de combien de quarts d'heure le produit devient inefficace. On précisera la démarche choisie.
5. (a) Pendant une durée égale à $N$ quarts d'heure, on décide de réinjecter $500\,\text{mm}^3$ du même antalgique dès que la quantité du produit présent dans le sang devient inférieure à $1\,500\,\text{mm}^3$.

   Compléter, l'algorithme déterminant la quantité d'antalgique présent dans le sang du patient au bout de ces $N$ quarts d'heure.

   (b) En faisant fonctionner l'algorithme, déterminer la quantité d'antalgique présent dans le sang au bout de quatre heures.

```
début
    Lire N
    u prend la valeur 2000
    pour i allant de 1 à ··· faire
        u prend la valeur u × ···
        si u inférieur à ··· alors
            u prend la valeur u + ···
        fin
    fin
    Afficher u
fin
```

**Exo 19** Les lapins

- Dans une prairie, l'année 0 il y a un couple de lapins matures (assez vieux pour avoir des petits).
- Chaque année, chaque couple mature donne naissance à un couple de lapins.
- Un couple de lapin n'est mature qu'à sa 2e année.

Soit $u_n$ le nombre de couples de lapins.

1. Donnez $u_0$, $u_1$, $u_2$, $u_3$...

   Continuez jusqu'à comprendre la récurrence de cette suite.
2. Justifiez cette récurrence.
3. Prenons $w_n = q^n$. Que doit valoir $q$ pour que $(w_n)$ ait la même récurrence que $(u_n)$ ?

   *Deux valeurs possibles, $q_1$ et $q_2$.*
4. Admettons que $u_n = \alpha q_1^n + \beta q_2^n$.

   Quelle valeur faut-il choisir pour $\alpha$ et $\beta$ ?