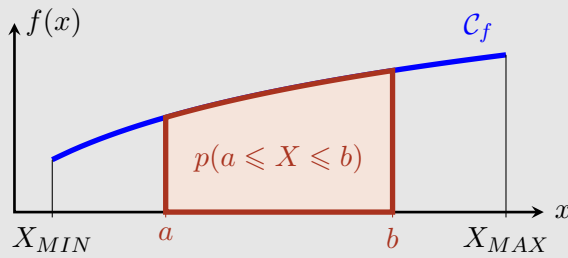


Probabilités - Lois continues



X suit une loi de densité f quand :

- $p(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$
- Il faut $\int_{X_{MIN}}^{X_{MAX}} f(x) dx = 1 = 100 \%$
- Il faut $f(x) \geq 0$.

La fonction $F : a \mapsto P(X \leq a)$, pour a un nombre réel, est appelée **fonction de répartition** de X .

$$P(X \leq a) = F(a) = \int_{X_{MIN}}^a f(x) dx \Rightarrow F' = f$$

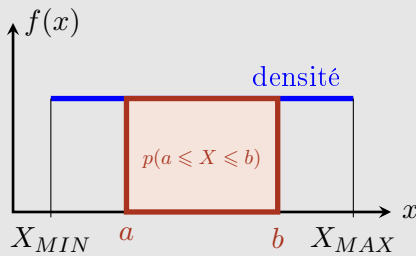
ESPÉRANCE $E(X) = \bar{X}$ correspond à la moyenne de X quand on répète l'expérience un grand nombre de fois. Dans le cas d'une loi continue :

$$E(X) = \int_{X_{MIN}}^{X_{MAX}} x f(x) dx \quad \text{L'espérance est linéaire : } E(a \cdot X + b) = a \cdot E(X) + b$$

ÉCART-TYPE $\sigma(X)$ correspond à l'écart-type obtenu quand on répète l'expérience un grand nombre de fois. Dans le cas continu on a :

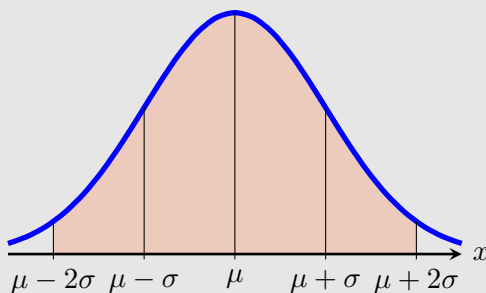
$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \quad \text{avec la variance } V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

σ n'est pas linéaire mais $\sigma(a \cdot X + b) = |a| \cdot \sigma(X)$



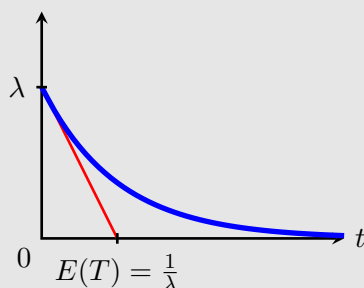
LOI UNIFORME Loi de densité constante sur $[X_{MIN}; X_{MAX}]$. On la note $\mathcal{U}_{[X_{MIN}; X_{MAX}]}$.

- $f(x) = \frac{1}{X_{MAX} - X_{MIN}}$ pour $x \in [X_{MIN}; X_{MAX}]$.
- $p(a \leq X \leq b) = \frac{b-a}{X_{MAX} - X_{MIN}}$
- $E(X) = \frac{X_{MIN} + X_{MAX}}{2}$ et $V(X) = \frac{(X_{MAX} - X_{MIN})^2}{12}$



LOI NORMALE Définie par son espérance μ et son écart-type σ .

- Inutile de connaître $f(x)$
- Inutile de savoir calculer $\int f(x) dx$: La calculatrice donne tous les résultats utiles.
- On a évidemment $E(X) = \mu$ et $\sigma(X) = \sigma$
- Il faut se rappeler que $p(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \simeq 95 \%$



LOI EXPONENTIELLE Définie par sa densité :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad \lambda > 0 \text{ et } t \geq 0$$

En général, la variable est un temps et est notée T .

- $p(a \leq T \leq b) = \int_a^b f(t) dt = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$
Il faut savoir calculer l'intégrale !
- $E(T) = \sigma(T) = \frac{1}{\lambda}$.