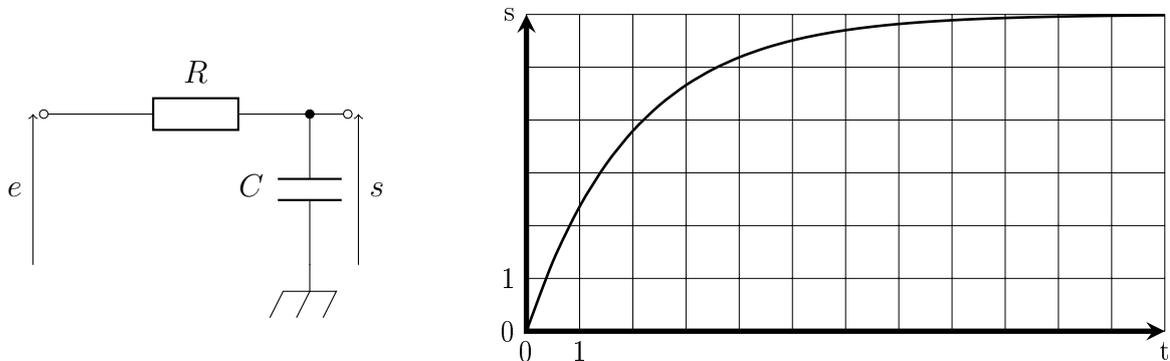


Un système est modélisé par un circuit composé d'une résistance et d'un condensateur en série.

On note  $R$  la valeur de la résistance, en ohm, et  $C$  la capacité du condensateur, en farad.

$e(t)$  est la tension aux bornes du circuit, exprimée en volt, à l'instant  $t$  (en seconde).

$s(t)$  est la tension aux bornes du condensateur, exprimée en volt, à l'instant  $t$  (en seconde).



À l'instant  $t = 0$  le condensateur est déchargé et on a :  $s(0) = 0$ .

L'application des lois de la physique conduit, pour tout  $t \geq 0$ , à la relation :

$RCs'(t) + s(t) = e(t)$  qui s'écrit encore :  $\tau s'(t) + s(t) = e(t)$ , avec  $\tau = RC$ .

Dans tout l'exercice, on suppose que :  $\tau = 2$  secondes.

Dans cette partie le circuit est alimenté par une tension constante :  $e(t) = e_0 = 6$  V.

On considère l'équation différentielle (E) :  $2x'(t) + x(t) = 6$ , où l'inconnue  $x$  est une fonction dérivable de la variable  $t$ ,  $t$  réel positif.

- 1) Déterminer une solution particulière constante  $x_0$  de l'équation différentielle (E).
- 2) Résoudre l'équation différentielle sans second membre ( $E_0$ ) :  $2x'(t) + x(t) = 0$ .
- 3) En déduire les solutions de l'équation différentielle (E).
- 4) Justifier que la fonction  $s$  vérifie, pour tout  $t \geq 0$  :  $s(t) = 6 \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)$ .
- 5) La représentation graphique de la fonction est donnée sur la courbe ci-dessus.

Pour ce circuit on considère que la tension finale aux bornes du condensateur est de 6 V.

- (a) Que représente cette valeur 6 pour la fonction  $s$  ? On n'attend pas de justification.
  - (b) Quel pourcentage de la tension finale a-t-on aux bornes du condensateur lorsque  $t = 2$  ?  
Arrondir ce pourcentage à l'unité.
- 6) On considère que le condensateur est chargé lorsque la tension à ses bornes atteint 95 % de la tension finale. On dit alors que le condensateur est passé en régime permanent.
    - (a) Estimer graphiquement au bout de combien de temps le condensateur est chargé. Faire apparaître sur le graphique fourni en annexe les traits nécessaires à la lecture graphique.
    - (b) Déterminer par la méthode de votre choix, que vous préciserez, une valeur approchée au centième de la durée nécessaire pour atteindre le régime permanent.